B 1018.98

P. 14

A Gio Bastianelli

ALEXANDRE JOMBERT jeune, ſucceſſeur de Ch. Ant. Jombert, ſon pere, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, vient de tranſporter ſon Magaſin dans la même rue Dauphine, la quatrieme Maiſon à droite par le Pont-Neuf.

On trouve chez lui tous les Articles qui formoient le Fonds de ſon Pere, compoſé particuliérement de Livres ſur l'Art Militaire, la Marine, les Mathématiques, la Phyſique, la Perſpective, l'Architecture, la Peinture, &c. & de plus un Aſſortiment très ample de Livres dans le même genre, imprimés ſoit en France, ſoit dans les Pays étrangers.

USAGE
DU COMPAS
DE
PROPORTION,
ET DE
L'INSTRUMENT
UNIVERSEL.

Pour réſoudre promptement & très-exactement les Problémes de la Géométrie pratique, tant ſur le papier que ſur le terrein, ſans aucun calcul.

Avec un Traité de la Diviſion des Champs.

Par M. OZANAM, de l'Académie Royale des Sciences.

NOUVELLE ÉDITION.

Enrichie de Figures en Taille-douce.

A PARIS,

Chez CLAUDE-ANTOINE JOMBERT, Fils, Libraire rue Dauphine.

M. DCC. LXIX.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

Digitized by the Internet Archive
in 2012 with funding from
Gordon Bell

http://archive.org/details/usageducompasdep00ozan

AVERTISSEMENT.

L'estime particuliere & l'empreſſement que le public a toujours témoigné pour les ouvrages de M. Ozanam, m'engagent, ami lecteur, à vous donner aujourd'hui une nouvelle édition de ſon Traité de l'Uſage du compas de proportion, que j'ai réduit à une forme plus portative, ce qui m'a obligé de faire graver en cuivre les figures de cet Ouvrage qui n'étoient qu'en bois dans les éditions précédentes.

Les uſages du Compas de proportion étant en très-grand nombre, on s'eſt propoſé de donner ſeulement ici ceux qui ont paru les plus utiles & les plus généraux, afin que par leur moyen on puiſſe trouver facilement les autres de ſoi-même, ce qui deviendra fort aiſé quand on aura bien compris les démonſtrations de ceux que l'on enſeigne dans ce Traité. Dans cette intention

l'on s'eſt contenté de placer ſur cet inſtrument, d'un côté, la ligne des parties égales, pour pouvoir diviſer une ligne ſelon une raiſon donnée : la ligne des plans, qui ſert à augmenter ou à diminuer un plan à volonté : & celle des polygones, pour pouvoir inſcrire dans un cercle un polygone régulier de tel nombre de côtés qu'on voudra. De l'autre côté du compas de proportion on a tracé la ligne des cordes, pour la meſure des angles : la ligne des ſolides, pour pouvoir augmenter ou diminuer un ſolide ſelon une raiſon donnée ; & la ligne des métaux, pour connoître la proportion que les ſix métaux ont entr'eux. On a ajouté à cette édition, d'un côté, la ligne du poids des boulets ; & de l'autre, celle du calibre des pieces, qui manquoient aux anciennes éditions, auſſi-bien que la ligne des métaux, & que l'on a inſérées dans celle-ci pour n'y rien laiſſer à deſirer ; c'eſt auſſi pour cette raiſon qu'on a ajouté des démonſtrations dans le courant du

livre aux endroits où l'on a jugé qu'elles étoient néceſſaires.

Comme ce Traité de l'uſage du Compas de proportion formeroit tout ſeul un trop petit volume, j'ai cru faire plaiſir aux curieux d'y joindre un petit livre aſſez rare du même Auteur, qui a pour titre, *Uſage de l'Inſtrument univerſel*, ces deux Ouvrages ayant également pour objet de réſoudre promptement & ſans calcul les problêmes les plus ordinaires de la Géométrie-pratique.

Ceux qui ont parlé de l'Inſtrument univerſel avant M. Ozanam, l'avoient fait ſi légérement, qu'il dit dans ſa préface que cet Inſtrument peut déſormais paſſer pour nouveau, parce qu'on n'en avoit enſeigné l'uſage que pour lever un plan, au lieu que notre Auteur l'a rendu univerſel pour toutes les opérations de la Géométrie pratique. Il eſt vrai que la difficulté d'avoir ces inſtrumens bien juſtes l'avoit fait négliger de ſon tems; mais M. Ozanam en ayant fait exécuter par d'habiles ouvriers, les

diverſes expériences qu'il a fait enſuite avec ceux ci, lui ont ſi bien réuſſi, qu'il aſſure que cet Inſtrument eſt le plus exact de tous ceux qui ont été inventés juſqu'à préſent pour travailler ſur le terrein, & qu'il eſt même plus commode que les autres, en ce qu'il ne faut ſçavoir ni Trigonométrie, ni Arithmétique pour s'en ſervir.

Il eſt bon cependant d'avertir ici, que non-ſeulement l'Inſtrument univerſel demande à être travaillé avec une grande exactitude, mais encore qu'on doit être très-ſoigneux à le placer avec préciſion au point marqué : autrement on s'expoſeroit à commettre des erreurs conſidérables, ſur-tout ſi l'on n'étoit pas beaucoup éloigné de l'objet que l'on veut viſer par les pinnules, ou par la lunette, quand il y en a. C'eſt ce qui a fait abandonner l'uſage de cet Inſtrument à bien des perſonnes, qui ont conclu trop légérement qu'il ne pouvoit pas être parfaitement juſte, quoiqu'il ſeroit facile de prouver le contraire, en

ce qu'on n'eſt pas obligé ici de connoître la quantité des angles viſuels, comme il arrive en ſe ſervant du demi-cercle; (ce qu'il n'eſt jamais poſſible de ſçavoir au vrai) au lieu qu'avec l'Inſtrument univerſel, la choſe que l'on veut exécuter ſe trouve toute tracée ſur ſa ſurface, ainſi qu'on le verra dans l'explication de ſes uſages. D'autres ſe ſont imaginés que cet Inſtrument n'étoit autre choſe que la planchette; parce que tous les rayons viſuels ſe tracent deſſus, pour avoir ce que l'on cherche ſur le terrein ou en l'air, réduit en petit ſur la ſurface de l'Inſtrument; mais il y a bien de la différence de l'un à l'autre, comme il ſera aiſé à chacun de s'en appercevoir quand on ſçaura de quelle maniere on ſe ſert de la planchette, & de notre Inſtrument univerſel.

Ce volume eſt terminé par un Traité de la diviſion des Champs, que M. Ozanam avoit joint à celui de l'uſage du compas de proportion, & qui a tou-

jours depuis été imprimé à la ſuite de cet ouvrage dans les différentes éditions qui en ont été faites. L'utilité de ce dernier Traité eſt trop connue & trop fréquente dans la Géométrie-pratique & dans l'arpentage, pour qu'il ſoit néceſſaire de s'étendre davantage là deſſus ; c'eſt pourquoi je terminerai cet avertiſſement par la table des Chapitres & des Problêmes contenus dans ces trois Traités.

TABLE

Des Chapitres & des Problêmes contenus dans ce Volume.

USAGE DU COMPAS DE PROPORTION.

CHAPITRE PREMIER. *Conſtruction du compas de proportion*, page 2

Table du nombre des parties des côtés homologues de tous les plans ſemblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125, *ou du plus grand de* 1000 *parties*, 7

Tables des côtés des polygones réguliers depuis le quarré juſqu'au dodécagone, 11

Tables des parties des côtés homologues de tous les ſolides ſemblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125, *& du plus grand de* 1000 *parties*, 16

Table des poids & des diametres des six métaux, 22
Preuve des diviſions du compas, 25
CHAP. II. *Uſage de la ligne des parties égales*, 30
PROBLÊME I. *Diviſer une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra*, 31
Probl. II. *Couper une ligne donnée ſelon une raiſon donnée*, 34
Probl. III. *Etant données deux lignes, & les parties égales de l'une, trouver les parties égales de l'autre*, 38
Probl. IV. *Etant donnée une ligne & le nombre des parties égales qu'elle contient, en retrancher tel nombre que l'on voudra de ces parties*, 40
Probl. V. *Trouver une ligne égale à la circonférence d'un cercle donné*, 43
Probl. VI. *Ouvrir le compas de proportion, enſorte que l'angle des deux lignes des parties égales ſoit droit*, 44
Probl. VII. *A trois lignes données trouver une quatrieme proportionnelle*, 46
Probl. VIII. *Trouver géométriquement à deux lignes données une troiſieme proportionnelle, & à trois lignes une quatrieme*, 51
Probl. IX. *Diviſer une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra*, 54

CHAP. III. *Usage de la ligne des Plans*, 55
Probl. I. *Etant donné un triangle, trouver un autre triangle semblable en raison donnée*, 56
Probl. II. *Trouver la raison de deux plans semblables donnés*, 60
Probl. III. *Ouvrir le compas de proportion, ensorte que les deux lignes des plans fassent un angle droit*, 64
Probl. IV. *Trouver un plan semblable & égal à deux plans semblables donnés*, 65
Probl. V. *Entre deux lignes données trouver une moyenne proportionnelle*, 68
Probl. VI. *Trouver géométriquement entre deux lignes données une moyenne proportionnelle*, 72
CHAP. IV. *Usage de la ligne des polygones*, 76
Probl. I. *Décrire un polygone régulier dans un cercle donné*, 77
Probl. II. *Décrire sur une ligne donnée un polygone régulier*, 79
Probl. III. *Couper une ligne donnée dans la moyenne & extréme raison*, 82
Probl. IV. *Décrire sur une base donnée un triangle isoscele, dont l'un des deux angles à la base soit double de l'angle au sommet*, 85
Probl. V. *Ouvrir le compas de proportion, ensorte que les deux lignes des*

polygones faſſent un angle droit, 87
CHAP. V. *Uſage de la ligne des cordes*, 88
Probl. I. *Prendre ſur la circonférence d'un cercle donné un arc d'autant de degrés que l'on voudra*, 89
Probl. II. *Ouvrir le compas de proportion de maniere que l'angle des deux lignes des cordes ſoit d'autant de degrés qu'on voudra*, 93
Probl. III. *Trouver le demi-diametre d'un arc de cercle donné, dont on connoît les degrés*, 96
CHAP. VI. *Uſage de la ligne des ſolides*, 98
Probl. I. *Etant donnée une pyramide, trouver une pyramide ſemblable en raiſon donnée*, 99
Probl. II. *Trouver la raiſon de deux ſolides ſemblables donnés*, 103
Probl. III. *Ouvrir le compas de proportion de façon que l'angle des deux lignes des ſolides ſoit un angle droit*, 107
Probl. IV. *Trouver un ſolide ſemblable & égal à deux ſolides ſemblables donnés*, 108
Lemme. *Si de quatre lignes les trois premieres ſont proportionnelles, & que le cube de la troiſieme ſoit égal au ſolide ſous la premiere & le quarré de la quatrieme, ces quatre lignes ſeront proportionnelles*, 112

Probl. V. *Entre deux lignes données trouver deux moyennes proportionnelles*, 114
Probl. VI. *Trouver géométriquement entre deux lignes données deux moyennes proportionnelles*, 117
Probl. VII. *Trouver sans le secours du compas de proportion, & d'une façon plus méchanique, entre deux lignes données, deux moyennes proportionnelles*, 120
Probl. VIII. *Trouver le côté d'un cube égal au parallelipipede HBC, dans lequel H signifie sa hauteur, & B, C, les diametres de sa base*, 123
CHAP. VII. *Usage de la ligne des métaux*, 124
Probl. I. *Etant donné le diametre d'une sphere quelconque faite de l'un des six métaux, par exemple, d'argent, trouver le diametre d'une sphere d'or de même poids*, ibid.
Probl. II. *Trouver le rapport spécifique des six métaux, par exemple, de l'argent à l'or*, 125
Probl. III. *Ayant un corps fait de l'un des six métaux, comme d'étain, d'un poids, par exemple, de 36 livres, trouver le poids d'un corps d'argent qui seroit de même volume que celui d'étain*, 127

Probl. IV. *Trouver le rapport du poids de deux corps semblables, dont l'un soit, par exemple, d'étain, & l'autre d'argent, leur diametre étant donné,* 128
Probl. V. *Le diametre d'une sphere de cuivre & son poids de dix livres étant donné, trouver le diametre d'une sphere d'or pesant 15 livres,* 129

USAGE DE L'INSTRUMENT UNIVERSEL.

Usage de cet Instrument, 131
Construction de l'Instrument universel, 132
Probl. I. *Mesurer un angle accessible sur la terre,* 135
Probl. II. *Mesurer un angle inaccessible sur la terre,* 136
Probl. III. *Faire à un point donné d'une ligne donnée sur la terre un angle d'autant de degrés que l'on voudra,* 138
Probl. IV. *Diviser un angle donné inaccessible sur la terre en deux également,* 139
Probl. V. *Diviser une ligne donnée inaccessible sur la terre en deux également,* 142
Probl. VI. *Retrancher d'une ligne donnée inaccessible sur la terre, une partie d'une grandeur donnée,* 145

Probl. VII. *Prolonger une ligne donnée sur la terre, quand il se trouve quelque empêchement*, 147
Probl. VIII. *Tirer par un point donné sur la terre à une ligne donnée accessible d'un côté, une parallele*, 150
Probl. IX. *Tirer par un point donné sur la terre à une ligne donnée inaccessible, une parallele*, 152
Probl. X. *Tirer par un point donné sur une ligne donnée accessible sur la terre, une perpendiculaire*, 154
Probl. XI. *Tirer par un point donné hors d'une ligne donnée accessible sur la terre, une perpendiculaire*, ibid.
Probl. XII. *Tirer par un point donné hors d'une ligne donnée inaccessible sur la terre, une perpendiculaire*, 155
Probl. XIII. *Mesurer une ligne sur la terre, accessible des deux côtés*, 157
Probl. XIV. *Mesurer une ligne sur la terre, accessible d'un côté*, 159
Probl. XV. *Mesurer une ligne inaccessible sur la terre*, 161
Probl. XVI. *Mesurer sur la terre une ligne accessible inclinée à l'horison*, 166
Probl. XVII. *Mesurer une hauteur accessible*, 168
Probl. XVIII. *Mesurer une hauteur inaccessible*, 170

Probl. XIX. *Mesurer d'en haut une ligne inaccessible*, 173
Probl. XX. *Mesurer d'en haut une hauteur inaccessible*, 177
Probl. XXI. *Mesurer une profondeur*, 180
Probl. XXII. *Tracer un plan sur la terre*, 183
Probl. XXIII. *Lever le plan d'une place accessible sur la terre*, 185
Probl. XXIV. *Lever le plan d'une place inaccessible sur la terre*, 187

TRAITE DE LA DIVISION DES CHAMPS.

CHAP. I. *De la division des triangles.*
Probl. I. *Diviser le triangle donné ABC, en autant de parties égales qu'on voudra, par des lignes tirées de l'angle donné A*, 190
Probl. II. *Diviser le triangle donné ABC, en autant de parties égales qu'on voudra, par des lignes paralleles au côté BC*, 191
Probl. III. *Diviser en deux également le triangle ABC par une ligne perpendiculaire au côté AB*, 193
Probl. IV. *Diviser le triangle donné ABC en deux également par une ligne tirée du point donné D sur le côté BC*, 195
Probl. V. *Diviser le triangle donné ABC, en*

en autant de parties égales que l'on voudra, par des lignes tirées du point donné D sur le côté donné BC, 196
Probl. VI. *Tirer du point donné D au dedans du triangle donné ABC trois lignes, enſorte que l'une paſſe par l'angle donné A, & que les trois diviſent le triangle donné ABC en trois parties égales,* 198
Probl. VII. *Diviſer le triangle donné ABC en trois parties égales, par trois lignes tirées aux trois angles A, B, C,* 199
Probl. VIII. *Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE, & ayant un angle égal à l'un de ceux du triangle donné ABC,* 200
Probl. IX. *Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE, par une ligne tirée de l'angle donné B,* 201
Probl. X. *Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE, par une ligne tirée par le point I donné ſur le côté BC,* 202
Probl. XI. *Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE par une ligne parallele au côté donné BC,* 203
CHAP. II. *De la diviſion des quadrilateres.*
Probl. I. *Diviſer le parallelogramme donné ABCD en autant de parties égales qu'on*

voudra, par des lignes paralleles au côté donné AD ou BC, 206
Probl. II. *Diviſer le parallelogramme donné ABCD en trois parties égales, en commençant par l'angle donné A,* 207
Probl. III. *Diviſer le parallelogramme donné ABCD en trois parties égales, en commençant par le point E donné ſur le côté AB,* 208
Probl. IV *Diviſer le parallelogramme donné ABCD en trois parties égales, par deux lignes tirées de l'angle donné A.* 209
Probl. V. *Diviſer le parallelogramme donné ABCD en trois parties égales, par deux lignes tirées du point donné E ſur le côté donné AB,* 210
Probl. VI. *Diviſer le trapézoïde donné ABCD en autant de parties égales qu'on voudra,* 211
Probl. VII. *Diviſer le trapeze donné ABCD en deux également, par une ligne droite tirée de l'angle donné D,* ibid.
Probl. VIII. *Diviſer le trapeze donné ABCD en deux également, par une ligne droite tirée du point E, milieu du côté AB,* 212
Probl. IX. *Diviſer le trapeze donné ABCD en deux également, par une ligne droite tirée du point E donné ſur le côté CD,* 214

Probl. X. *Diviſer le trapeze donné ABCD en deux également, par une ligne parallele au point donné AD,* 216
Probl. XI. *Diviſer le trapeze donné ABCD en trois parties égales par deux lignes tirées de l'angle donné D,* 222
Probl. XII. *Diviſer le trapeze donné ABCD en trois parties égales, par deux lignes tirées du point E donné ſur le côté CD,* ibid.
Probl. XIII. *Diviſer le trapeze donné ABCD en deux parties égales par deux lignes paralleles au côté donné AD,* 224
Probl. XIV. *Diviſer le trapeze donné ABCD en trois parties égales, par deux lignes tirées des deux angles oppoſés B, D,* 225
Probl. XV. *Diviſer le trapeze donné ABCD en deux parties, dont la raiſon ſoit égale à celle des deux lignes données AG, GH,* 226
Probl. XVI. *Retrancher d'un trapeze donné une figure égale à une autre figure donnée,* 228
CHAP. III. *De la diviſion des Polygones.*
Probl. I. *Diviſer un polygone régulier en deux également par une ligne tirée du milieu de l'un de ſes côtés,* 229
Lemme. *Réduire un polygone propoſé en triangle,* 230

Probl. II. *Diviſer un polygone régulier en deux également, par une ligne parallele à l'un de ſes côtés,* 231
Probl III. *Diviſer un polygone régulier en deux également par deux lignes perpendiculaires entr'elles,* 233
Probl. IV. *Diviſer un polygone régulier en deux également, par une ligne tirée d'un point donné ſur l'un de ſes côtés,* 235
Probl. V. *Diviſer le polygone donné ABCDE en trois parties égales, par deux lignes tirées du point donné O, ſur le côté CD,* 236
Probl. VI. *Diviſer en trois parties égales le polygone donné ABCDE, par deux lignes tirées de l'angle donné D,* 237
Probl. VII. *Diviſer le polygone donné ABCDE en trois parties égales, par deux lignes tirées des deux points OF, donnés ſur le côté CD,* 238
Probl. VIII. *Diviſer le polygone donné ABCDE en deux parties dans la raiſon des deux lignes données AI, IL, par une ligne tirée de l'angle D,* 239

Fin de la Table des Chap. & des Problêmes contenus dans ces trois Traités.

APPROBATION

De M. BELIDOR, Censeur Royal, ancien Professeur de Mathématique aux Ecoles d'Artillerie de la Fére, &c.

J'AI lu, par ordre de Monseigneur le Chancelier, les Œuvres de M. Ozanam, contenant le Dictionnaire, le Cours, & les Recréations Mathématiques, un Traité de l'Arpentage, la Géométrie-pratique, l'Usage du Compas de proportion, la Méthode pour lever les Plans, & les Elémens d'Euclides.

Les Ouvrages de M. Ozanam ayant servi jusqu'ici d'école à presque tous ceux qui se sont appliqués aux Mathématiques, depuis qu'elles ont été regardées en Europe comme la base de toutes les Sciences : il y a apparence que cette nouvelle Edition de ses Œuvres sera aussi-bien reçue du Public, que l'ont été les précédentes. A Paris, le 24 Février 1746. BELIDOR.

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre, à nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, SALUT : Notre

bien amé CHARLES ANTOINE JOMBERT, Libraire à Paris, Nous a fait exposer qu'il desireroit faire réimprimer & donner au Public des Ouvrages qui ont pour titre : *Œuvres de Mathématique de feu M. Ozanam, de l'Académie des Sciences ; Secrets des Arts & Métiers ; le Teinturier parfait ; l'Art de la Verrerie ; l'Art de tourner du Pere Plumier.* S'il Nous plaisoit lui accorder nos Lettres de Privilege sur ce nécessaires. A CES CAUSES, voulant favorablement traiter l'Exposant, Nous lui avons permis & permettons par ces Présentes de faire réimprimer lesdits livres en un ou plusieurs volumes, & autant de fois que bon lui semblera, & de les vendre, faire vendre & débiter par-tout notre Royaume, pendant le tems de neuf années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes : Faisons défenses à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance ; comme aussi à tous Libraires & Imprimeurs, d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire lesdits livres, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns Extraits, sous quelque prétexte que ce soit, d'augmentations, corrections, & autres, sans la permission expresse & par écrit dudit Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit Exposant, ou à celui qui aura droit de lui, & de tous dépens, dommages & intérêts ; à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long

sur le Regiſtre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, dans trois mois de la date diceelles ; que la réimpreſſion deſdits livres ſera faite dans notre Royaume & non ailleurs, en bon papier & beaux caracteres, conformément à la feuille imprimée, attachée pour modele ſous le contre-ſcel des Préſentes ; que l'Impétrant ſe conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725 ; qu'avant de les expoſer en vente, les manuſcrits & imprimés qui auront ſervi de copie à la réimpreſſion deſdits livres ſeront remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier, le ſieur d'Agueſſeau, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en ſera enſuite remis deux Exemplaires de chacun dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notredit très cher & féal Chevalier le ſieur d'Agueſſeau, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Préſentes. Du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Expoſant, ou ſes ayans cauſe, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie deſdites Préſentes, qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin deſdits livres, ſoit tenue pour duement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers & Secretaires, foi ſoit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent ſur ce requis de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion, &

nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires : CAR tel est notre plaisir. DONNÉ à Paris le vingt-deuxieme jour du mois de Juillet l'an de grace 1746, & de notre Regne le trente-unieme. Par le Roi en son Conseil.

SAINSON.

Registré sur le Registre 11 *de la Chambre Royale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°.* 615, *fol.* 543, *conformément aux anciens Réglemens confirmés par celui du* 28 *Février* 1733. *A Paris, le* 5 *Mai* 1746.

VINCENT, *Syndic.*

USAGE

USAGE
DU COMPAS
DE PROPORTION.

Le compas de proportion eſt un inſtrument de mathématique dont on peut ſe ſervir très-commodément pour réſoudre promptement & facilement les problêmes les plus utiles & les plus néceſſaires dans toutes les parties des mathématiques, & principalement dans la géométrie pratique, tant ſur le papier que ſur le terrein.

Quoique la conſtruction de cet inſtrument ne ſoit pas inconnue aux ouvriers qui travaillent aux inſtrumens de mathématique, néanmoins je ne laiſſerai pas de l'enſeigner ici briévement pour les lignes que nous nous ſommes propoſé d'y mettre; ſavoir, pour les lignes *des*

parties égales, des plans, des polygones, des cordes, des solides, & *des métaux*, étant facile à leur imitation d'y ajouter les autres lignes dont on peut avoir besoin dans la pratique, comme *la ligne des tangentes*, pour la description des cadrans solaires, &c.

CHAPITRE PREMIER.

Construction du compas de proportion.

Planche premiere.

AYANT déterminé la longueur du compas de proportion que vous voulez construire, comme de six pouces, ce qui est le plus ordinaire, & la largeur, comme de six lignes; préparez deux regles de laiton, ou de quelqu'autre matiere solide, ayant cette même longueur & cette même largeur, pour les jambes de votre compas, lesquelles doivent être mobiles à l'entour de leurs extrêmités, que l'on doit pour cette fin joindre ensemble par le moyen d'une charniere, ensorte que le compas de proportion se puisse fermer & ouvrir comme l'on voudra par un mouvement qui soit autant égal & uniforme qu'il sera

possible, pour s'en pouvoir servir plus commodément

Le centre de cette charniere sera pris pour le centre du compas de proportion, comme A, duquel on doit tirer sur chaque jambe, de côté & d'autre, toutes les lignes qu'on veut ajouter au compas de proportion, pour son usage, & premierement *la ligne des parties égales*, ainsi appellée, parce qu'elle est divisée en un certain nombre de parties égales, tel que l'on veut, & le plus grand sera le meilleur, afin que l'usage en soit plus universel. Ce nombre est ordinairement 200, dans une longueur de six pouces; & quoique la division de cette ligne en 200 parties égales soit facile, néanmoins pour ne rien laisser à deviner, je dirai ici en peu de mots la maniere de faire cette division. Planche premiere.

Ligne des parties égales.

La longueur de votre ligne étant déterminée sur chaque jambe, divisez-la depuis le centre du compas de proportion jusqu'à son extrêmité, en deux parties égales, dont chacune vaudra 100. Divisez encore chacune de ces deux parties égales en deux autres parties égales, dont chacune vaudra 50. Divisez ensuite chacune de ces parties égales en deux autres parties égales, & chacune de ces nou-

Pl. 1. velles parties égales en cinq parties égales, & enfin chacune de ces dernieres parties égales encore en cinq parties égales, & la ligne proposée se trouvera divisée en ses 200 parties égales, que vous séparerez de cinq en cinq par de petites lignes, auſquelles vous ajouterez des chifres de 10 en 10 seulement, en les comptant depuis le centre A, jusqu'à l'autre extrêmité, où le nombre 200 se trouvera.

Ligne des plans. Proche la ligne des parties égales, on pourra ajouter sur la même surface du compas de proportion *la ligne des plans*, ainsi appellée, parce qu'elle comprend depuis le centre A, les côtés homologues d'un certain nombre de plans semblables, multiples du premier & plus petit, par les nombres naturels 2, 3, 4, &c. Ce nombre est ordinairement 64, dans une longueur de six pouces, telle que nous l'avons ici supposée, de sorte que l'extrêmité de cette ligne représente le côté du 64e plan, c'est-à-dire, d'un plan 64 fois plus grand qu'un autre plan semblable, dont le côté homologue est égal à la 8e partie de toute la ligne des plans, parce que la racine quarrée de 64 est 8, & c'est pour cela qu'on a choisi ce nombre quarré 64, afin que sa racine quarrée 8 étant exacte, on ait aussi exac-

tement le côté homologue du premier & du plus petit plan semblable, parce que ce côté est égal à la 8e partie du côté homologue du 64e plan, puisque la racine quarrée de 64 est 8, & que les plans semblables sont entre eux comme les quarrés de leurs côtés homologues (par la 20 du 6). Pl. 1.

Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit plan, & par son moyen les côtés homologues de tous les autres plans semblables, doubles, triples, quadruples, & ainsi de suite jusqu'au 64e & plus grand plan; divisez à part le côté de ce plus grand plan, ou la ligne des plans, en un certain nombre de parties égales, qui soit divisible par la racine quarrée 8 du plus grand plan 64, le nombre le plus grand sera le meilleur, comme en 1000 parties égales, ce qui sera facile dans une longueur de six pouces; divisez ce nombre 1000, par la même racine quarrée 8 du plus grand plan 64, & le quotient donnera exactement 125 parties pour la quantité du côté du premier plan. C'est pourquoi si l'on porte 125 parties sur la ligne des plans depuis le centre A, on aura un point qui terminera la longueur du côté homologue du premier plan, par le

Pl. 1. moyen duquel on trouvera aisément les longueurs des côtés homologues des autres plans semblables multiples ; comme si on veut trouver le côté homologue d'un plan double, on multipliera par 2, le quarré 15625 du nombre 125 de parties du côté du premier plan, & on prendra la racine quarrée du produit 31250, laquelle donnera environ 177 parties pour le côté homologue du plan double : c'est pourquoi si on porte 177 parties sur la ligne des plans depuis le centre A, on aura un second point qui terminera la longueur du côté du second plan, ainsi des autres. C'est de cette maniere que nous avons supputé la table suivante.

TABLE du nombre des parties des côtés homologues de tous les plans semblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125, *ou du plus grand de* 1000 *parties.*

1	125	17	515	33	718	49	875
2	177	18	530	34	729	50	884
3	216	19	545	35	739	51	892
4	250	20	559	36	750	52	901
5	279	21	573	37	760	53	910
6	306	22	586	38	770	54	918
7	330	23	599	39	780	55	927
8	353	24	612	40	790	56	935
9	375	25	625	41	800	57	944
10	395	26	637	42	810	58	952
11	414	27	650	43	819	59	960
12	433	28	661	44	829	60	968
13	450	29	673	45	839	61	976
14	467	30	684	46	848	62	984
15	484	31	696	47	857	63	992
16	500	32	707	48	866	64	1000

Cette table se peut supputer par une autre maniere qui est plus facile que la précédente, parce qu'elle peut servir de la même façon pour un autre nombre du plus grand plan que 64, lorsque ce nom-

ne sera pas quarré, & qu'il ne divisera pas exactement le quarré du nombre des parties du côté du même plus grand plan, ce qui empêchera le côté du premier plan d'être exact, & de pouvoir s'en servir pour trouver commodément les côtés homologues des plans semblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtés plus facilement en cette sorte.

Faites une regle de trois directe, dont le premier terme soit le plus grand plan, comme ici 64, le second soit le plan semblable dont on cherche le côté homologue, comme par exemple 5 pour un plan quintuple du plus petit, & le troisieme soit le quarré du nombre des parties du côté du plus grand plan, comme ici 1000000; la racine quarrée du quatrieme terme 78155, donnera environ 279 parties pour le côté homologue du plan quintuple (comme il est évident par la 20 du 6), ainsi des autres.

Ligne des polygones. Pl. 1. Enfin proche la ligne des plans, on pourra ajouter *la ligne des polygones*, ainsi appellée parce qu'elle comprend depuis le centre A, les côtés d'un certain nombre de polygones réguliers inscrits dans un même cercle, le *quarré* y étant compris, & non le *triangle*, pour n'être pas d'un grand usage. Ce nombre

est ordinairement 8, en commençant depuis le *quarré* jusqu'au *dodecagone*, les autres polygones n'étant pas d'un si grand usage, parce que les polygones réguliers ne servent ordinairement que pour la fortification des places régulieres, & qu'il se trouve rarement une place réguliere de plus de douze bastions. Pl. 1.

Puisque les côtés des polygones réguliers inscrits dans un même cercle diminuent à mesure qu'ils ont plus de côtés, il s'ensuit que le côté du quarré est le plus grand de tous, & que par conséquent on le doit faire égal à la longueur de la ligne des polygones que nous avons supposée de six pouces, en la prenant depuis le centre A.

Ayant ainsi déterminé la longueur du côté du quarré, on le divisera en tel nombre de parties égales que l'on voudra, & le plus grand sera le meilleur, comme en 1000, pour trouver dans ces parties la valeur des côtés des autres polygones, & premierement le côté de l'*exagone*, ou le rayon du cercle commun à tous ces polygones, ce qui sera facile, parce que ce rayon est le côté d'un triangle isoscele rectangle dont l'hipotenuse est égale au côté du quarré. C'est pourquoi si on multiplie ce côté, que

nous avons supposé de 1000 parties, par lui-même, on aura 1000000 pour son quarré, dont la moitié 500000 sera par conséquent le quarré du rayon (par 47, 1). C'est pourquoi si on prend la racine quarrée de cette moitié 500000, on aura 707 parties pour le rayon, ou pour le côté de l'exagone, que l'on pourra aussi trouver par cette analogie.

Comme le sinus total . . . 100000
Au côté du quarré 1000
Ainsi le sinus de 45 degrés 70710
Au côté de l'exagone 707

Par le moyen du côté de l'exagone ainsi trouvé, on trouvera les côtés de tel autre polygone qu'on voudra, par cette analogie.

Comme le sinus total,
Au double du côté de l'exagone;
Ainsi le sinus de la moitié de l'angle du centre du polygone,
Au côté du polygone qu'on cherche.

C'est de cette maniere que nous avons construit la table suivante qui montre la quantité des côtés des polygones réguliers depuis le *quarré* jusqu'au *dodecagone*, & il sera facile de la prolonger autant que l'on voudra, pour les polygones de plus de côtés, & par son moyen de marquer les côtés sur la ligne des po-

lygones, en portant les parties qu'ils contiennent depuis le centre A sur la même ligne des polygones. Cela est trop clair, sans qu'il soit besoin d'en donner un exemple particulier, & c'est pour cela aussi que nous ne nous sommes pas arrêtés à donner la démonstration des deux analogies précédentes.

TABLE des côtés des polygones réguliers, depuis le quarré jusqu'au décagone.

Polygones.	côtés.
Quarré.	1000
Pentagone.	831
Exagone.	707
Eptagone.	613
Octogone.	540
Ennéagone.	484
Décagone.	437
Endécagone.	398
Dodécagone.	366

Il ne reste plus qu'à vous enseigner la maniere de mettre de l'autre côté, c'est

Pl. 1. à-dire, sur l'autre surface de chaque jambe du compas de proportion, les lignes des cordes, des solides & des métaux, & premierement *la ligne des cordes* en cette sorte.

Ligne des cordes. Ayant tiré du centre A, sur chaque jambe du compas de proportion, la ligne des cordes, ainsi appellée parce qu'elle comprend les cordes de tous les degrés du demi-cercle qui a pour diametre la longueur de cette ligne, laquelle doit être égale de côté & d'autre; portez les cordes de tous les degrés de ce demi-cercle divisé exactement en ses 180 degrés, en les prenant depuis l'une des deux extrêmités du diametre, depuis le centre A, sur chaque ligne des cordes, & y marquez autant de points, qui représenteront les degrés du demi-cercle: séparez ces points ou degrés de 5 en 5 par de petites lignes, pour les pouvoir compter plus facilement, & y ajoutez les chifres de 10 en 10, en commençant à compter depuis le centre A, jusqu'à l'extrêmité du compas de proportion, où le 180e degré se trouvera.

On pourroit aussi marquer les degrés sur cette ligne des cordes par le moyen d'une table qui supposeroit la longueur de la ligne des cordes divisée en 1000

parties égales ; mais comme cette maniere ne me semble pas si simple, ni si exacte que la précédente, je n'en parlerai pas davantage. Pl. 1.

Proche la ligne des cordes, on pourra mettre *la ligne des solides*, ainsi appellée parce qu'elle comprend les côtés homologues d'un certain nombre de solides semblables, multiples du premier & plus petit, par les nombres naturels 2, 3, 4, &c. Ce nombre est ordinairement 64, dans une longueur de six pouces, telle que nous l'avons ici supposé, de sorte que l'extrêmité de cette ligne représente le côté du 64e solide, c'est-à-dire, d'un solide 64 fois plus grand qu'un autre solide semblable, dont le côté homologue est égal à la 4e partie de toute la ligne des solides, parce que la racine cubique de 64 est 4, & c'est pour cela que l'on a choisi ce nombre cubique 64, afin que sa racine cubique 4 étant exacte, on ait aussi exactement le côté homologue du premier & plus petit solide semblable, parce que ce côté est égal à la 4e partie du côté homologue du 64e solide, puisque la racine cubique de 64 est 4, & que les solides semblables sont comme les cubes de leurs côtés homologues (par 23, 11). *Ligne des solides.*

Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit solide, & par son moyen les côtés homologues de tous les autres solides semblables, doubles, triples, quadruples, & ainsi de suite jusques au 64e & plus grand solide ; divisez à part le côté de ce plus grand solide, ou la ligne des solides, en un certain nombre de parties égales, qui soit divisible par la racine cubique 4, du plus grand solide 64, & le nombre le plus grand sera le meilleur, comme en 1000 parties égales ; divisez ce nombre 1000, par la même racine cubique 4, du plus grand solide 64, & le quotient donnera exactement 250 parties pour la quantité du côté de premier solide. C'est pourquoi si l'on porte 250 parties sur la ligne des solides depuis le centre A, on aura un point qui terminera la longueur du côté homologue du premier solide, par le moyen duquel on trouvera aisément les longueurs des côtés homologues des autres solides semblables multiples ; comme si on veut trouver le côté homologue d'un solide double, on multipliera par 2 le cube 15625000 du nombre 250 des parties du côté du premier solide, & on prendra la racine cubique du produit 31250000, laquelle donnera environ

315 parties pour le côté homologue du solide double. C'est pourquoi si on porte 315 parties sur la ligne des solides depuis le centre A, on aura un second point qui terminera le côté du second solide, ainsi des autres.

C'est de cette maniere que l'on a supputé la table suivante.

TABLE des parties des côtés homologues de tous les ſolides ſemblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125, & du plus grand de 1000 parties.

1	250	17	643	33	802	49	914
2	315	18	655	34	810	50	921
3	360	19	667	35	818	51	927
4	397	20	678	36	825	52	933
5	427	21	689	37	833	53	939
6	454	22	700	38	840	54	945
7	478	23	711	39	848	55	951
8	500	24	721	40	855	56	956
9	520	25	731	41	862	57	962
10	538	26	740	42	869	58	967
11	556	27	750	43	876	59	973
12	572	28	759	44	882	60	978
13	588	29	768	45	889	61	984
14	602	30	777	46	896	62	989
15	616	31	785	47	902	63	995
16	630	32	794	48	908	64	1000

Cette table ſe peut ſupputer par une autre maniere qui eſt plus facile que la précédente, parce qu'elle peut ſe rvir de la même façon pour un autre nom bre du plus grand ſolide que 64, lorſque ce

nombre ne sera pas cubique, & qu'il ne divisera pas exactement le cube du nombre des parties du côté du même plus grand solide, ce qui empêchera le côté du premier solide d'être exact & de pouvoir s'en servir pour trouver commodément les côtés homologues des solides semblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtés plus facilement en cette sorte.

Faites une regle de trois directe dont le premier terme soit le plus grand solide, comme ici 64, le second soit le solide semblable dont on cherche le côté homologue, comme, par exemple, 5 pour un solide quintuple du plus petit, & le troisieme soit le cube du nombre des parties du côté du plus grand solide, comme ici 1000000000, & la racine cubique du quatrieme terme 78125000, donnera environ 427 parties, pour le côté homologue du solide quintuple (comme il est évident par 23, 11); ainsi des autres.

A côté de la ligne des solides, l'on marque sur les jambes du compas de proportion *la ligne des métaux* : on les représente par des caracteres chymiques, comme on le verra ci-après. La division de cette ligne se fait ainsi : l'étain, le *Ligne des métaux.*

Pl. 1. moins pesant des six métaux, se place au bout de chaque jambe du compas, à une distance du centre égal à la longueur de toute l'échelle de 1000 parties; les autres métaux se marquent ensuite en se rapprochant du centre, chacun suivant le nombre des parties qui leur convient, pris sur la même échelle.

Définition.

La grandeur d'un corps, ou l'espace qu'il occupe, s'appelle le volume de ce corps.

Théoreme.

Le poids d'un corps est au poids d'un autre corps, comme le produit de son volume par la pesanteur spécifique, est au produit du volume & de la pesanteur spécifique de l'autre; c'est-à-dire, que si les deux corps sont A & B, que le poids du premier soit P, son volume u, & sa pesanteur spécifique m, & que le poids du second soit D, son volume h, & sa pesanteur spécifique n, l'on aura toujours P. D :: $um. hn$.

Démonſtration.

Si le corps A eſt trois fois plus gros que le corps B, l'on pourra faire avec A trois corps de même volume que B, & ſi la matiere qui compoſe le corps A eſt trois ou quatre fois plus peſante que la peſanteur ſpécifique de celle qui compoſe B; chacun des trois volumes que A a produit, ſera trois ou quatre fois plus peſant que B; & les trois enſemble, c'eſt-à-dire A, ſeront par conſéquent neuf fois ou douze fois plus peſant que B : d'où il eſt clair que la peſanteur de A eſt à celle de B, comme le produit de ſon volume, par ſa peſanteur ſpécifique, eſt au produit du volume de B, par ſa gravité ſpécifique : donc que P. D :: *um. hn.*

Corollaire.

Il ſuit de-là, premierement : que ſi les volumes ſont égaux, l'on aura P, D :: *m*, *n*; d'où l'on voit que pour avoir le rapport des peſanteurs ſpécifiques des deux corps, il faut les peſer dans l'état de l'égalité de volume. Secondement : que ſi les gravités ſpécifiques de ces corps ſont les mêmes, c'eſt-à-dire ſi $m = n$

on aura P, D :: u, h, ce qui montre qu'alors les poids sont comme les volumes. Troisiemement : que si P=D, um sera égal à hn, par conséquent nous aurons toujours dans ce cas de l'égalité de volume de deux corps, que leurs gravités spécifiques sont en raison réciproque de leurs volumes : d'où il suit que connoissant le rapport de la pesanteur spécifique de deux corps & le volume de l'un, que l'on trouvera le volume de l'autre, étant le quatrieme terme d'une proportion. Par exemple, si l'on veut savoir le volume d'un corps de fer égal en pesanteur à un corps d'étain dont on connoît le volume ou le diametre, que nous supposons de 1000 parties, & que l'on sache que leurs gravités spécifiques sont entre elles comme 558 liv. est à 516 liv. 2 onces, l'on fera cette proportion, 558 l. 516 liv. 2 onces :: le cube de 1000, est à un quatrieme terme, qui sera le cube du diametre du corps de fer, que l'on trouvera, en extrayant la racine cubique de 974 parties, ou un peu moins de celle dont est formé le diametre de la boule d'étain.

La division de la ligne des métaux est fondée sur le corollaire précédent, comme on le verra ; c'est ce qui en fera la dé-

monstration : elle se trace à côté de celle Pl. 1.
des solides : elle contient six métaux, que les chimistes désignent par des caracteres comme il est ici marqué : savoir,

OR	☉	*le Soleil.*
PLOMB.	♄	*Saturne.*
ARGENT	☽	*la Lune.*
CUIVRE	♀	*Venus.*
FER.	♂	*Mars.*
ÉTAIN	♃	*Jupiter.*

Comme l'étain est le moins pesant des six métaux, il est clair que de tous les corps semblables que l'on feroit de ces différens métaux, celui d'étain auroit le plus grand volume, & par conséquent le plus grand diametre, s'ils sont supposés sphériques ; c'est pour cela qu'il est désigné au 64e solide : d'où l'on voit que son diametre est exprimé par la longueur d'une des branches du compas de proportion, & qu'il est de 1000 parties, ayant pour les solides divisé ainsi cette branche. Cela posé, il sera aisé en se servant des rapports spécifiques des cinq autres métaux à l'étain (que l'on a trouvé en pesant des volumes égaux de chacun de ces six métaux, conformément au N°. 1 du corollaire précédent, ainsi

qu'ils sont ci-après marqués) & du cube de 1000 parties, diametre de l'étain qui en exprime le volume, de trouver les diametres des cinq autres métaux de même poids que celui d'étain, en agissant comme au N°. 3 du même corollaire. C'est ainsi que l'on a trouvé les diametres de ces métaux dans la table suivante:

MÉTAUX. *Poids d'un pied cube de chacun des six métaux.*			DIAMETRE En petites parties des corps de même poids faites des six métaux.	
	liv.	*onc.*		
Or, . . .	1326.	4	*Or*, . . .	730
Plomb, . .	802.	2	*Plomb*, .	863
Argent, . .	720.	12	*Argent*, .	895
Cuivre, . .	627.	12	*Cuivre*, .	937
Fer, ...	558.	0	*Fer*, . . .	974
Étain, . . .	516.	2	*Etain*, .	1000

Si l'on veut éviter la peine de tirer la racine cube en cherchant les diametres des corps de même poids, il faudra au lieu de se servir comme on a fait (N°. 3 du corollaire précédent) du cube de 1000, se servir du 64e solide pour troisieme terme de la proportion, & dire 558 liv. est à 516 liv. 2 onces, comme 64 est à un quatrieme terme, qui sera le 59e so-

lide avec un petit reſte ; enſuite chercher ſon diametre dans la table des ſolides qui eſt de 973 parties, au lieu duquel l'on prendra 974 à cauſe du petit reſte. Pl. 1°

La démonſtration de ceci paroîtra évidente ſi l'on fait attention que les ſolides 64 & 59 ſont en même raiſon que le cube de 1000 avec le cube que l'on trouve, (par le N°. 3 du corol. ci-deſſus) à cauſe que 1000 eſt le diametre du 64e ſolide.

Si l'on prend maintenant ſur une échelle diviſée en 1000 parties égales & de la longueur d'une des branches du compas de proportion, les longueurs des diametres marqués ci-deſſus des ſix métaux, & que l'on les place, à compter du centre de la charniere, ſur la ligne des métaux avec leur caractere, il eſt clair que cette ligne ſera diviſée comme elle doit l'être.

La ligne du poids des boulets ſe trace ſur le compas de proportion comme on la voit marquée ſur cette planche. Sa diviſion ſe fait en l'ouvrant de trois pouces au point où ſe trouve marqué le 4e ſolide, l'expérience ayant fait connoître qu'un boulet de fer fondu de 3 pouces de diametre peſe 4 livres. Les lignes du compas de proportion étant ainſi ouvertes, ſi l'on prend toutes les ouvertu- *De la ligne qui contient le poids des boulets.*

Pl. 1

res des solides depuis 1 jusqu'à 64, & qu'on les place sur la ligne dont il s'agit, à compter toujours de l'une de ses extrêmités, & que l'on y marque pour la 1e, la 2e, la 3e ouverture, & ainsi de suite, 1, 2, 3 livres, &c. cette ligne se trouvera divisée, à la réserve des parties de la livre que l'on y marquera en transportant (après avoir fermé le compas de proportion en sorte que l'ouverture du solide 4 soit égal au diametre du boulet d'une livre) l'ouverture du premier solide pour $\frac{1}{4}$ de livre, celle du second pour $\frac{1}{2}$, & celle du troisieme pour $\frac{3}{4}$.

De la ligne qui sert à connoître le calibre des pieces de canon.

Voici la maniere de tracer *la ligne du calibre des pieces.*

Si l'on ajoute aux divisions de la ligne du poids des boulets, pour le vent selon qu'ils sont plus pesans, une ligne à celle de 6 livres, 2 à celle de 12, & 3 ou 4 à celle de 24, &c. que l'on place toutes les longueurs de ces divisions ainsi augmentées sur la ligne du calibre des pieces, à compter de l'une de ses extrêmités, & que l'on y marque les chiffres 1, 2, 3 & 4, jusqu'à 64, elle se trouvera divisée.

La démonstration de la division de ces lignes sera évidente si l'on fait attention qu'ayant ouvert le compas de proportion

tion de 3 pouces au quatrieme solide, toutes les ouvertures que l'on a prises sont en même raison que les diametres des solides; par conséquent elles sont aussi des diametres de solides ou de boulets depuis 1 jusqu'à 64; & comme l'ouverture au quatrieme solide est le diametre d'un boulet de 4 livres, il s'ensuit que les autres ouvertures sont des diametres de boulets de 5, 6, 7 livres, &c. Pl. 1.

L'on peut encore trouver, en faisant une proportion, les diametres des boulets : par exemple, si l'on veut avoir celui de 32 livres, il faut dire : 4 livres est à 32 livres, comme 27 pouces cubes, diametre du boulet de 4 livres, est à un quatrieme terme, dont la racine cube, qui sera de 6 pouces, donnera le diametre que l'on cherche; ce qui est évident par le n°. 1 du corollaire précédent.

Preuve des divisions du compas de proportion.

Pour connoître premierement si la ligne des parties égales est bien divisée, il n'y a qu'à y prendre avec un compas ordinaire un nombre tel que l'on voudra de ces parties égales, en commençant par où l'on jugera à propos, & porter l'ouverture du compas ainsi ouvert sur la *Parties égales.*

Pl. I. même ligne des parties égales, en mettant une pointe du compas sur tel point de division que l'on voudra : car si cette ligne des parties égales est bien divisée, l'autre pointe du compas étant tournée de part & d'autre, tombera précisément sur un autre point de division, & les deux pointes du compas comprendront le même nombre de parties égales.

Cordes. On ne peut pas appliquer la même maniere aux divisions de la ligne des cordes, parce que ces divisions ne sont pas égales, étant plus serrées vers la fin que vers le commencement, c'est-à-dire, que vers le centre du compas de proportion, ce que la nature du cercle ne permet pas d'être autrement. Ainsi pour connoître si la ligne des cordes est bien divisée, faites ainsi.

Choisissez à volonté sur la ligne des cordes deux points également éloignés du point marqué 120, l'un au dessus, & l'autre au dessous ; par exemple, les deux points marqués 100 & 140, qui en sont éloignés chacun de 20 degrés, le premier par défaut, & le deuxieme par excès ; & prenez avec un compas commun la distance de ces deux points, laquelle, si la ligne des cordes est bien divisée, sera égale à la corde de 20 de-

grés, ou à la distance du point marqué 20 sur la ligne des cordes au centre du compas de proportion. Pl. 1.

C'est de la même façon que l'on connoîtra que la distance des deux points marqués 150, 90, sur la même ligne des cordes, est égale à la corde de 30 degrés, par lesquels 150 & 90 different de 120; & que pareillement la distance des deux points 155 & 85 est égale à la corde de 35 degrés, par lesquels 155 & 85 different de 120, ainsi des autres, jusqu'aux deux points marqués 180 & 60.

Cette pratique est fondée sur un théorême que j'ai démontré ailleurs, sçavoir, que *la différence des sinus de deux arcs également éloignés de 60 degrés, est égale au sinus de la différence entre l'un de ces deux arcs & 60 degrés.* D'où il suit, en doublant, que *la différence des cordes de deux arcs également éloignés de 120 degrés, est égale à la corde de la distance de l'un de ces deux arcs à 120 degrés.*

On peut par d'autres théorêmes examiner autrement la division des cordes. Ainsi pour connoître si les cordes de 60, 80, 100, & 160 degrés, sont bien marquées, on se servira de cet autre théorême qui nous apprend que *ces quatre cordes sont proportionnelles*, parce que

Pl. 1. *les sinus de* 30, 40, 50, *&* 80 *degrés sont auſſi proportionnels*, comme je l'ai démontré pareillement ailleurs.

Plans. Pour connoître ſi la ligne des plans eſt bien diviſée, prenez avec un compas ordinaire la diſtance de quelque point que ce ſoit de cette ligne au centre du compas de proportion; & portez cette diſtance depuis le même point de diviſion, de l'autre côté, ſur la même ligne des plans; ſi la diviſion en eſt juſte, vous rencontrerez un nombre de plans quatre fois plus grand que celui qui a été pris auparavant depuis le centre: & ſi l'on porte encore une fois la même ouverture du compas, on tombera ſur un nombre de plans neuf fois plus grand que celui qui a été pris au commencement, parce que les plans ſemblables ſont en raiſon doublée de celle de leurs côtés homologues (*par* 20, 6).

Solides. De même, pour connoître ſi la ligne des ſolides eſt bien diviſée, l'on doit avec un compas commun prendre la diſtance d'un point quelconque de diviſion de cette ligne au centre du compas de proportion, & porter cette diſtance depuis le même point vers l'autre côté ſur la meme ligne des ſolides; car ſi elle eſt bien diviſée, l'on rencontrera un nom-

bre de solides huit fois plus grand que celui qui aura été pris, parce que les solides semblables sont en raison triplée de celle de leurs côtés homologues. (*par* 33, 11). Pl. 11

Enfin pour connoître si la ligne des polygones est bien divisée, l'on prendra sur cette ligne, avec un compas ordinaire, la distance du centre du compas de proportion au point marqué 6, qui appartient à l'exagone, dont l'angle du centre est de 60 degrés, & l'on portera cette distance ou rayon de l'exagone depuis le point marqué 60 sur une ligne des cordes, à l'autre point marqué 60 sur l'autre ligne des cordes, en ouvrant pour cela les deux jambes du compas de proportion de telle façon que la distance de ces deux points marqués 60 soit égale au rayon de l'exagone, c'est-à-dire, à la partie de la ligne des cordes entre le centre du compas de proportion & le point marqué 6. *Polygones.*

Le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez avec un compas commun sur chaque ligne des cordes la distance des deux points marqués 90, & la portez sur la ligne des polygones, en mettant une pointe du compas au centre du compas de proportion. Si

cette ligne des polygones est bien divisée, l'autre pointe du compas tombera préciſément sur le point marqué 4, qui appartient au quarré, dont l'angle du centre est de 90 degrés, c'est-à-dire, que cette distance de 90 à 90 sera égale au rayon du quarré.

De même prenez avec un compas commun sur chaque ligne des cordes la distance des deux points marqués 72, & la portez sur la ligne des polygones, en commençant depuis le centre du compas de proportion : car si cette ligne des polygones est bien divisée, l'on rencontrera sur la même ligne le point marqué 5, qui appartient au pentagone régulier, où l'angle du centre est de 72 degrés. Ainsi des autres.

CHAPITRE II.

Usage de la ligne des parties égales.

LA ligne des parties égales sert pour diviser une ligne droite d'une grandeur donnée en parties égales, pour lui ajouter ou pour en retrancher telle partie que l'on voudra, pour tracer un plan sur le papier, pour servir d'échelle à ce plan,

& y connoître la mesure de toutes ses parties par rapport à une ligne connue : ce qui est d'une très-grande utilité dans la fortification, où l'on peut connoître sans trigonométrie, & sans aucune échelle particuliere, la quantité d'une courtine, d'une face, d'un flanc, &c, le côté intérieur du polygone, ou bien la ligne de défense étant supposée d'une grandeur connue, laquelle est d'environ 120 toises dans un fort royal.

PROBLEME I.

Diviser une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra. Pl. II. fig. 1.

Pour diviser une ligne donnée en un nombre donné de parties égales, il en faut porter la longueur sur la ligne des parties égales du compas de proportion à un nombre, de part & d'autre, qui soit divisible par le nombre donné ; ensorte que le compas de proportion soit ouvert d'une telle maniere que la distance de ce nombre dans chaque ligne des parties égales soit égale à la ligne donnée. Après quoi, le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, on prendra avec le compas commun de côté & d'autre sur la même ligne des parties égales la dis-

tance du nombre qui viendra en divisant, par le nombre donné, le nombre auquel on a appliqué la longueur de la ligne donnée sur les parties égales, & cette distance divisera la ligne donnée en autant de parties égales qu'il a été proposé.

Exemple.

Pl. 2. Fig. 1. Qu'il faille diviser, par exemple, en cinq parties égales la ligne donnée FG. Supposons que les deux lignes AB, AC, soient chacune la ligne des parties égales du compas de proportion, en sorte que A soit le centre, & les extrêmités B, C, les points 200; parce que ce nombre 200 est divisible par 5, il pourra servir pour la division de la ligne proposée FG en cinq parties égales, sçavoir en ouvrant le compas de proportion en sorte que la distance BC de 200 à 200 soit égale à la ligne proposée FG, & en prenant la distance DE de 40 à 40, qui est la cinquieme partie de 200; (car je suppose que la marque 40 est en D & en E) cette ouverture DE divisera la ligne proposée FG en cinq parties égales, comme il étoit proposé, c'est-à-dire, que la ligne DE sera la cinquieme partie de la ligne donnée FG ou de son égale BC.

Démonſtration.

Car, à cauſe que les deux triangles iſoſceles ABC, ADC, ſont ſemblables (par la 6 du 6), on connoît (par 4, 6) que les quatre lignes AD, AB, DE, BC, ſont proportionnelles. D'où il ſuit que comme AD eſt la cinquieme partie de AB, parce que AD eſt de 40 parties, & AB de 200, auſſi la ligne DE eſt la cinquieme partie de la ligne BC ou FG, ſon égale. *Ce qu'il falloit démontrer.* Pl. 2, Fig. 1.

Remarque.

Au lieu d'appliquer la longueur de la ligne donnée FG de 200 à 200, on l'auroit pu appliquer de 100 à 100, qui eſt un nombre diviſible par 5, & alors on auroit pris la diſtance de 20 à 20, qui eſt la cinquieme partie de 100, pour avoir auſſi la cinquieme partie de la ligne propoſée FG; mais il auroit fallu ouvrir davantage le compas de proportion, ce qui eſt moins commode dans la pratique. C'eſt pour cela que nous nous ſommes ſervi du nombre 200, lequel étant plus éloigné du centre A, ne demande pas une ſi grande ouverture du compas de proportion.

Si on ne peut pas appliquer sur la ligne
Pl. 2. Fig. 1. des parties égales la longueur de la ligne donnée FG, pour être trop grande, on en appliquera seulement la moitié, ou le tiers, pour en trouver la cinquieme partie, comme il a été enseigné, & le double, ou le triple de cette partie sera la cinquieme partie de toute la ligne proposée FG. Il peut arriver d'autres cas, lesquels n'étant pas de grande conséquence, ne méritent pas que nous en parlions ici davantage.

PROBLEME II.

Couper une ligne donnée selon une raison donnée. Pl. II. Fig. 2.

Pl. 2. Fig. 2. Appliquez la ligne donnée sur la ligne des parties égales de part & d'autre, ensorte que le compas de proportion soit tellement ouvert que la distance du nombre égal à la somme des deux termes de la raison donnée, pris de côté & d'autre sur la ligne des parties égales, soit égale à la ligne donnée; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez avec le compas commun sur chaque ligne des parties égales la distance du nombre égal à l'un des deux termes de la raison donnée, pour la porter ensuite sur

la ligne proposée depuis l'une de ses deux extrêmités, & cette ligne se trouvera coupée selon la raison donnée.

Exemple.

Qu'il faille diviser la ligne donnée FG en deux parties, dont la raison soit égale à celle des deux nombres donnés 50, 90. Pl. 2. Fig. 2. Supposons que les lignes AB, AC, soient chacune la ligne des parties égales du compas de proportion, que le centre soit A, que les deux points B, C, également éloignés du centre A, soient les points marqués 140, qui est la somme des deux termes 50, 90, de la raison donnée, & que les deux points D, E, aussi également éloignés du centre A, soient les points marqués 50, qui est l'un des deux nombres de la raison donnée. Ayant ouvert le compas de proportion enforte que la distance BC, de 140 à 140, soit égale à la ligne donnée FG, prenez la distance DE de 50 à 50, & la portez sur la ligne donnée FG, depuis son extrêmité F en H, & les deux parties FH, GH, seront dans la raison des deux nombres donnés 50, 90.

Démonſtration.

Pl. 2. Fig. 2. Car ſi l'on tire par le point D, à la ligne AC, la parallele DI, on aura CI égale à DE, & par conſéquent à FH, parce que l'on a fait FH égale à DE; & à cauſe de BC égale à FG, par la conſtruction, on aura BI égale à GH; & parce que AD eſt de 50 parties, & AB de 140, & par conſéquent DB de 90, & que (par 2, 6) la raiſon des lignes CI, BI, eſt égale à celle des deux AD, DB, 50, 90, il s'enſuit que la raiſon des deux lignes FH, GH, égales aux deux CI, BI, eſt égale auſſi à celle des deux nombres donnés 50, 90. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si les deux nombres donnés ſont trop petits, on les multipliera chacun par un même nombre tel qu'on voudra, pour avoir leurs équimultiples, leſquels étant en même raiſon que les deux nombres donnés, pourront ſervir pour la ſolution du problême, pourvu que leur ſomme ne ſoit pas plus grande que 200, parce que le plus grand nombre des parties égales ne paſſe pas 200.

On fera tout le contraire quand les

deux nombres donnés seront trop grands, c'est-à-dire qu'on les divisera chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pour avoir deux autres nombres plus petits, dont on pourra se servir à la place des deux donnés, puisqu'ils seront dans la même raison, comme étant semblables parties aliquotes des deux nombres donnés.

Il est évident que s'il falloit couper la ligne FG en parties proportionnelles à plus que deux nombres donnés, il faudroit ajouter ensemble tous ces nombres donnés pour avoir leur somme, & travailler comme il vient d'être enseigné.

Si les deux termes de la raison donnée sont des fractions de diverse espece, on les réduira en d'autres fractions de même dénomination; & en négligeant le dénominateur commun, on se servira des numérateurs à la place des fractions proposées.

Enfin si les deux termes de la raison donnée sont des nombres irrationnels, par exemple $\sqrt{5}$ & $\sqrt{3}$, on prendra par approximation les racines de ces deux nombres irrationnels, sçavoir, 223 & 173, qui serviront pour les deux termes de la raison donnée.

PROBLEME III.

Etant donné deux lignes & les parties égales de l'une, trouver les parties égales de l'autre. Pl. II. Fig. 3.

SI l'on applique la longueur de la ligne, dont les parties égales sont connues, de côté & d'autre au nombre de ces parties sur la ligne des parties égales du compas de proportion, & que l'on porte la longueur de l'autre ligne sur la même ligne de ses parties égales, sans changer l'ouverture du compas de proportion, ensorte que cette longueur s'accorde de part & d'autre à un même nombre ; ce nombre sera celui des parties égales qu'on cherche.

Exemple.

Pl. 2. Fig. 3. Que la ligne FG soit, par exemple, le côté intérieur d'un polygone fortifié, & que ce côté étant supposé de 120 parties égales ou de 120 toises, il faille trouver dans ces mêmes parties la quantité de la demi-gorge FH. Supposons, comme à l'ordinaire, que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des parties égales du compas de proportion, que le centre soit A, & que les deux points B, C,

oient les points marqués 120. Ayant ou- Pl. 2.
vert le compas de proportion, enſorte Fig. 3.
que la diſtance BC, de 120 à 120, ſoit égale à la ligne donnée FG, & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez avec le compas commun la longueur de l'autre ligne donnée FH, ſur la ligne des parties égales, en ſorte que cette longueur réponde de côté & d'autre en deux points également éloignés du centre A, c'eſt-à-dire d'un même nombre des parties égales, comme D, E; & ſi ce nombre ſe rencontre, par exemple, 26, c'eſt-à-dire, ſi chacune des deux lignes égales AD, AE, ſe trouve de 26 parties, on conclura que la ligne FH contient 26 parties ſemblables à celles dont FG en comprend 120.

Démonſtration.

Car dans les deux triangles iſoſceles ABC, ADE, on connoît (par 4, 6) que la raiſon des deux lignes, BC, DE, ou de leurs égales FG, FH, eſt égale à celle des deux AB, AD, ou des deux nombres 120, 26. C'eſt pourquoi la ligne FG étant de 120 parties égales, il eſt de néceſſité que la ligne FH contienne 26 de ces mêmes parties. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Pl. 2. Fig. 3. On pourra connoître de la même façon la quantité d'une face, d'un flanc, d'une courtine, & de toutes les autres lignes d'un polygone fortifié. Mais si la ligne FG, se trouve trop grande pour pouvoir être appliquée sur sa ligne des parties égales, on se servira de sa moitié, ou de son tiers, en prenant pareillement la moitié ou le tiers du nombre de la ligne DE, pour la ligne FH. Et si le nombre des parties supposées de la ligne FG est trop grand, on se servira aussi de la moitié ou du tiers de ce nombre, après quoi on prendra le double ou le triple du nombre des parties égales que l'on trouvera pour la ligne FH, pour avoir en ce double ou ce triple le véritable nombre des parties égales de la même ligne FH.

PROBLEME IV.

Etant donné une ligne, & le nombre des parties égales qu'elle contient, en retrancher tel nombre que l'on voudra de ces parties. Pl. II. fig. 3.

Ayant appliqué la longueur de la ligne donnée de côté & d'autre au nombre

nombre des parties égales qu'elle contient, sur la ligne des parties égales du compas de proportion, portez la distance du nombre des parties égales qu'on veut retrancher, prise de part & d'autre sur la même ligne des parties égales du compas de proportion ainsi ouvert, sur la ligne proposée depuis l'une de ses extrêmités vers l'autre extrêmité, & le problême sera resolu.

Exemple.

Reprenons la figure précédente, & qu'il faille retrancher du côté intérieur FG, que nous supposons de 120 toises, la ligne FH de 26 toises, telle que doit être la demi-gorge dans l'exagone, selon notre méthode nouvelle de fortifier, qui convient parfaitement bien aux meilleures maximes de la fortification. Appliquez la ligne donnée FG sur chaque ligne des parties égales AB, AC, du compas de proportion, de 120 à 120, en sorte que la distance BC de 120 à 120 soit égale à la ligne proposée FG; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez la distance DE de 26 à 26 sur la ligne donnée FG, depuis son extrêmité F en H, & la ligne FH sera de 26 parties égales, dont la Pl. 2. Fig. 3.

ligne FG en comprend 120 ; la démonstration est tout-à-fait la même que celle du problême précédent.

Remarque.

Vous voyez, par la pratique de ce problême & du précédent, que la ligne des parties égales du compas de proportion peut très-commodément servir d'échelle pour quelque plan que ce soit, pourvu que l'on sçache la quantité d'un de ses côtés, & que l'on peut aisément tracer un plan sur le papier, & le réduire en un volume plus grand ou plus petit de la maniere que l'on voudra. Cela est trop clair pour en parler davantage.

Je dirai seulement que si la ligne FG est trop grande, on se servira de sa moitiés ou de son tiers, & on prendra le double ou le triple du nombre donné pour la ligne FH ; & que si le nombre des parties suppoſées de la ligne FG est trop grand, on se servira aussi de la moitié ou du tiers de ce nombre, en prenant pareillement la moitié ou le tiers du nombre donné pour la ligne FH.

PROBLEME V.

Trouver une ligne égale à la circonférence d'un cercle donné.

Puisque le diametre d'un cercle est à sa circonférence environ comme 100 est à 314, ou comme 50 est à 157, comme nous l'avons démontré dans notre *Géométrie pratique*, il s'ensuit que si on applique le diametre du cercle donné de 50 à 50, sur la ligne des parties égales du compas de proportion, & que le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, on prenne sur la même ligne des parties égales la distance de 157 à 157, on aura la longueur de la circonférence qu'on cherche.

Remarque.

Si on ne peut pas ouvrir commodément le compas de proportion, en portant la longeur du diametre du cercle donné de 50 à 50, pour être trop grande, on le portera de 100 à 100, & alors la distance de 157 à 157 donnera seulement la moitié de la circonférence du cercle proposé.

Si tout au contraire, en connoissant la circonférence d'un cercle, on vouloit

trouver son diametre, il faudroit appliquer la longueur de cette circonférence de 157 à 137 sur la ligne des parties égales du compas de proportion, & prendre la distance de 50 à 50 sur la même ligne des parties égales du compas de proportion ainsi ouvert, pour avoir le diametre qu'on cherche.

PROBLEME VI.

Ouvrir le compas de proportion ensorte que l'angle des deux lignes des parties égales soit droit.

Formez de deux nombres quelconques, comme de 6, 12, ce triangle 180, 144, 108, & ayant pris sur la ligne des parties égales depuis le centre du compas de proportion 180 parties, appliquez cette longueur sur la même ligne des parties égales, de part & d'autre, de 108 à 144, & le compas de proportion se trouvera ouvert à un angle de 90 degrés, à l'égard de la ligne des parties égales (comme il est évident par 47. 1.)

Remarque.

Si les nombres du triangle rectangle sont trop petits, on se servira de leur

double ou de leur triple, comme il faudroit se servir de leur moitié ou de leur tiers, s'ils étoient trop grands : mais pour empêcher que cela arrive, il faut que les deux nombres générateurs soient tels que la somme de leurs quarrés ne passe pas 200, parce que la ligne des parties égales ne contient pas plus de 200 parties.

Pour former un triangle rectangle de deux nombres donnés, on prendra la somme de leurs quarrés pour l'hypoténuse, la différence des mêmes quarrés pour un côté, & le double du produit de ces deux mêmes nombres pour l'autre côté.

Ce problême se peut proposer & résoudre plus généralement, en faisant que l'angle des deux lignes des parties égales soit égal à un angle donné, en cette sorte.

Ayant pris depuis le centre du compas de proportion, sur la ligne des parties égales, le nombre des parties que contient le sinus de la moitié de l'angle proposé pour un sinus total de 200 parties ; appliquez cette longueur sur la même ligne des parties égales, de côté & d'autre, toujours de 100 à 100, & les deux lignes des parties égales feront un angle égal au proposé.

Lorſque les deux lignes des parties égales font un angle droit, cela peut ſervir pour ajouter enſemble deux quarrés, ou bien deux autres plans ſemblables entre eux, par une méthode qui eſt tout-à-fait ſemblable à celle que nous enſeignerons au IVe problême du chapitre troiſieme.

PROBLEME VII.

A trois lignes données trouver une quatrieme proportionnelle. Pl. II. Fig. 4.

Ayant porté la longueur des deux premieres lignes données, chacune ſur la ligne des parties égales du compas de proportion, qu'il ne ſera pas néceſſaire d'ouvrir, parce que cette tranſpoſition ſe doit faire depuis le centre; pour ſçavoir combien chacune de ces deux lignes contient de parties égales, écrivez ſur chacune le nombre des parties égales qu'elle comprendra, pour vous en ſouvenir; & ayant appliqué la longueur de la troiſieme ligne donnée de part & d'autre ſur la ligne des parties égales du compas de proportion, à un nombre égal à celui des parties égales de la premiere ligne donnée; & le compas de proportion demeurant ainſi ou-

vert, prenez sur la même ligne des parties égales la distance de côté & d'autre du nombre égal à celui des parties égales de la seconde ligne donnée, & cette distance donnera la longueur de la quatrieme ligne proportionnelle qu'on cherche.

Exemple.

Comme s'il faut trouver aux trois lignes données HI, KL, MN, une quatrieme proportionnelle, en portant la longueur HI de la premiere ligne donnée sur la ligne AB, ou AC, des parties égales du compas de proportion, depuis le centre A en D ou en E, on trouve que ce point D ou E est 15, par exemple, on marquera 15 sur la ligne HI; & pareillement en portant la longueur de la seconde ligne donnée KL sur la même ligne AB ou AC des parties égales, depuis le centre A en B ou en C, on trouve que ce point B ou C est par exemple 20, on écrira 20 sur la seconde ligne KL. Après cela ouvrez le compas de proportion, enforte que la distance DE, de 15 à 15 sur la ligne des parties égales, soit égale à la troisieme ligne donnée MN, & alors la distance BC de 20 à 20 sera la quatrieme proportionnelle

Pl. 2. Fig. 4.

Pl. 2. Fig. 4 qu'on cherche, c'eſt-à-dire que les quatre lignes HI, KL, MN, BC ſeront proportionnelles.

Démonſtration.

Car on connoît (par la 4 du 6), dans les deux triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, que les quatre lignes AD, AB, DE, BC, ſont proportionnelles & parce que les trois premieres AD, AB, DE, ſont égales aux trois données HI, KL, MN, il eſt de néceſſité que les quatre lignes HI, KL, MN, BC ſoient auſſi proportionnelles. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Il eſt évident (par la 16 du 5) qu'on peut prendre la troiſieme ligne donnée MN pour la ſeconde KL, & celle-ci pour celle-là, ce qui peut en quelque rencontre faciliter la pratique de ce problême.

Si les deux premieres lignes données ſont plus longues que le compas de proportion, on en portera la longueur ſur une échelle plus grande, diviſée exactement en parties égales, pour pouvoir connoître le nombre des parties égales qu'elles contiennent, ou bien on pourra en

en leur place porter sur la ligne des parties égales du compas de proportion leurs moitiés ou leurs tiers, pour avoir le nombre de leurs parties égales, qui sera pris pour celui des deux lignes proposées; parce qu'ainsi on trouvera toujours la même ligne quatrieme proportionnelle (comme il est évident par 11, 5).

Si la troisieme ligne donnée est aussi trop grande pour pouvoir être appliquée sur le compas de proportion, on en appliquera seulement la moitié ou le tiers, & alors le double ou le triple de la quatrieme proportionnelle qu'on trouvera, sera la quatrieme ligne proportionnelle qu'on cherche, ou bien on se servira de la moitié ou du tiers de la premiere & de cette troisieme, & la quatrieme proportionnelle qu'on trouvera sera celle qu'on cherche.

Corollaire.

Par le moyen de ce problême, on peut aisément trouver à deux lignes données une troisieme proportionnelle, savoir en ajoutant aux deux lignes données une troisieme égale à la deuxieme, & en cherchant à ces trois lignes une quatrieme proportionnelle, comme il vient d'être enseigné.

On pourra aussi facilement trouver à

trois figures semblables données une quatrieme figure semblable proportionnelle, savoir en cherchant aux côtés homologues des trois figures données une quatrieme ligne proportionnelle, qui sera le côté homologue de la figure qu'on cherche, & pareillement à trois cercles donnés, ou à trois spheres données, un quatrieme cercle ou une quatrieme sphere proportionnelle, savoir en cherchant à leurs trois diametres un quatrieme diametre proportionnel.

Enfin on peut aisément sur une ligne donnée décrire un plan semblable à un plan donné, augmenter ou diminuer une ligne donnée, selon une raison donnée, & résoudre plusieurs autres problêmes dont la construction sera facile à inventer à celui qui aura bien compris la théorie & la pratique de ce problême & des précédens.

Or comme les lignes proportionnelles sont d'un fréquent usage dans la géométrie, j'enseignerai ici en passant une maniere prompte & facile pour les trouver géométriquement.

PROBLEME VIII.

Trouver géométriquement à deux lignes données une troisieme proportionnelle, & à trois, une quatrieme. Pl. II. fig. 5 & 6.

Premierement pour trouver aux deux lignes données A C, A D une troisieme proportionnelle, inscrivez dans le demi-cercle A B F, décrit de l'extrêmité C, par l'autre extrêmité A, de la premiere ligne donnée A C, la droite A B, égale à l'autre ligne donnée A D, & décrivez du centre B, par la même extrêmité A, une circonférence de cercle A E G, qui encontre ici la premiere ligne donnée A C, prolongée au point E, & termine la ligne A E, qui sera troisieme proportionnelle aux deux données A C, A D. Pl. II. Fig. 5.

Démonstration.

Car si on prolonge l'arc A E jusqu'à ce qu'il coupe la ligne A B, prolongée en G, & qu'on tire les droites EG, BF, on aura dans les deux triangles rectangles semblables ABF, AEG, cette analogie, AF, AG :: AB, AE; & si à la place des deux premiers termes AF, AG, on

met leurs moitiés AC, AB, on au
celle-ci, AC, AB :: AB, AE, où l'c
voit qu'à cause de AB, égale à AD, p
la construction, la ligne AE est troisien
proportionnelle aux deux données AC
AD, *ce qu'il falloit démontrer.*

Si la seconde ligne donnée AD, n
trouve trop grande pour pouvoir êt
inscrite dans le demi-cercle ABF, o
n'y inscrira que sa moitié ou que so
tiers, & alors le double ou le triple de
ligne AE sera la troisieme proportion
nelle qu'on cherche.

Pl. II. fig. 6. Secondement, pour trouver une qu
trieme proportionnelle aux trois ligne
données AB, AC, AD, qui doive
être mises d'un même côté en ligne droi
& partir d'un même point, tel qu'est i
le point A, décrivez par ce point com
mun A, des extrêmités B, C, de la pre
miere & de la seconde ligne donnée AB
AC, les deux arcs AEG, AFH, & in
crivez dans le premier AEC, la droi
AE, égale à la troisieme ligne donnée AD
& cette ligne AE étant prolongée jusqu
la circonférence du second arc AFH
donnera la longueur AF de la quatrien
ligne proportionnelle qu'on cherche, c
sorte que les quatre lignes AB, AC, A
AF, seront proportionnelles.

Démonſtration.

Car ſi on acheve les demi-cercles AEG, FH, & qu'on tire les droites EG, H, on aura dans les deux triangles rec-ngles ſemblables AEG, AFH, cette nalogie, AG, AH :: AE, AF; & ſi la place des deux premiers termes AG, H, on met leurs moitiés AB, AC; au lieu de la ligne AE, ſon égale D, on aura cette autre ana'ogie AB, C :: AD, AF. *Ce qu'il falloit démon-er.*

Si la troiſieme ligne donnée AD eſt op grande pour pouvoir être inſcrite ns le premier demi-cercle AEG, il y ut inſcrire la ſeconde AC, ſi elle eſt us petite; & au lieu de décrire le ſecond emi cercle AFH du centre C, on le crira du centre D : car ainſi on trouvera ujours la même quatrieme proportion-lle AF, parce que (par 11, 5) il eſt rmis de changer de place aux deux der-eres lignes données AC, AD.

Ou bien n'inſcrivez dans le premier mi-cercle AEG, que la moitié ou que tiers de la ligne trop grande AD, & ors la moitié ou le tiers de la ligne AF, rminée par le ſecond demi-cercle AFH,

décrit du centre C, sera la quatrieme proportionnelle qu'on cherche.

On pourra, par le même principe, trouver à deux lignes données une troisieme proportionnelle, en ajoutant aux deux lignes données une troisieme égale à la seconde, comme nous avons déja dit ailleurs.

Mais on peut aussi, par le même principe, diviser une ligne donnée en autant de parties égales que l'on voudra, comme vous allez voir.

PROBLEME IX.

Diviser une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra. Pl. II, fig. 7.

Pl. II. fig. 7. Parcourez sur la ligne indéfinie AF cinq parties égales d'une grandeur volontaire, aux points A, B, C, D, E, F, si vous voulez diviser la ligne donnée en cinq parties égales, & décrivez des centres B, C, D, E, F, par le même point A, autant de circonférences de cercle. Après cela appliquez la ligne donnée sur le plus grand cercle, en commençant depuis A, laquelle, par exemple, soit AG, & cette ligne AG se trouvera divisée par les autres circonférences de cercle en cinq

parties égales aux points H, I, K, L, comme il eſt aiſé à démontrer.

Démonſtration.

Car imaginant avoir tiré les lignes droites LC & KE, on aura deux triangles rectangles en L & en K, leurs angles étant renfermés dans les demi-cercles ALC & AKE, & étant clair que les demi-circonférences AL & AK paſſeront la premiere par C, & la ſeconde par E : de plus ces deux triangles ſont ſemblables, ayant l'angle A commun ; ainſi AC, AE : : AL, AK ; & AB, AC : : AC, AE, étant les moitiés : donc AB, AC : : AL, AK. Donc les lignes droites que l'on imaginera tirées de L en B & de K en C, &c. ſeront paralleles, & par conſéquent la ligne AG donnée ſera diviſée en même nombre de parties égales que AF.

CHAPITRE III.

Uſage de la ligne des plans.

La ligne des plans ſert pour trouver avec facilité un plan multiple ou ſous-

multiple d'un plan ſemblable donné; augmenter ou diminuer un plan ſelon une raiſon donnée; pour trouver entre deux lignes données une moyenne proportionnelle, & pour réſoudre pluſieurs autres problêmes de géométrie, entre leſquels nous choiſirons ici ſeulement ceux qui ſont les plus néceſſaires, & qui ſe rencontrent le plus dans la pratique, parce que les autres étant d'une théorie plus profonde & d'une pratique moins ordinaire, doivent être réſolus d'une maniere auſſi plus géométrique & plus ſcientifique.

PROBLEME I.

Etant donné un triangle, trouver un autre triangle ſemblable en raiſon donnée. Pl. III, fig. 8.

Appliquez la longueur d'un côté du triangle donné ſur la ligne des plans du compas de proportion, à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raiſon donnée; & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même ligne des plans la diſtance de côté & d'autre du nombre égal au ſecond terme de la raiſon donnée, pour avoir la longueur du côté homologue du

triangle qu'on cherche. C'eſt de la même façon que l'on trouvera les côtés homologues aux deux autres côtés du triangle propoſé.

Exemple.

Soit donné le triangle FGH, & qu'il lui faille trouver un autre triangle ſemblable, enſorte que le triangle FGH ſoit à celui qu'on cherche, par exemple, comme 3 à 4. Pl. III, fig. 8.

Suppoſons que les lignes AB, AC, ſoient chacune la ligne des plans du compas de proportion, que le centre ſoit A, que les points marqués 4, ou du quatrieme plan, ſoient B, C, & que les points marqués 3, ou du troiſieme plan, ſoient D, E. Pour trouver le côté homologue à l'un des côtés du triangle donné FGH, comme au côté FG, portez la longueur de ce côté FG ſur la ligne des plans AB, AC, de côté & d'autre de 3 à 3, enſorte que la diſtance DE de 3 à 3 ſoit égale au même côté FG; alors la diſtance BC de 4 à 4, ſera le côté IK homologue au côté FG. On trouvera de la même façon le côté IL homologue au côté FH, & le côté KL homologue au côté GH, & le triangle IKL ſera celui qu'on cherche, c'eſt-à-dire qu'il ſera ſemblable au trian-

gle donné FGH, & que ce triangle FGH sera au triangle IKL, comme 3 à 4.

Démonstration.

Car dans les deux triangles isosceles semblables, ABC, ADE, on connoît (par 4, 6) que les quatre lignes DE, BC, AD, AB, sont proportionnelles, & (par 22, 6) que leurs quarrés sont aussi proportionnels; & parce que les deux quarrés AD, AB, sont entre eux comme 3 à 4 (par la construction de la ligne des plans) les deux quarrés DE, BC, ou FG, IK, seront aussi entre eux comme 3 à 4; & l'on connoîtra de la même façon que les deux quarrés FH, IL, sont aussi dans la raison de 3 à 4, aussi bien que les deux GH, KL; d'où il suit (par 11, 5) que les trois quarrés FG, FH, GH, sont proportionnels aux trois quarrés IK, IL, KL, & (par 22, 6) que les trois côtés du triangle FGH sont proportionnels aux trois côtés du triangle IKL. C'est pourquoi (par 5, 6) ces deux triangles seront semblables, & (par 19, 6) le triangle FGH sera au triangle IKL, comme 3 à 4 : *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si les deux termes de la raiſon donnée ſont trop grands, on prendra leurs ſoumultiples, en les diviſant chacun par un même nombre tel que l'on voudra; & s'ils ſont trop petits, on prendra leurs multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pourvu que le plus grand nombre qui viendra ne ſurpaſſe pas 64, parce que dans le compas de proportion le plus grand plan n'eſt que 64.

Si les deux termes de la raiſon donnée ont leurs racines quarrées préciſes, on ſe ſervira de ces racines quarrées; mais au lieu de travailler ſur la ligne des plans, on travaillera ſur la ligne des parties égales: car ainſi les côtés homologues des deux triangles ſemblables ſeront dans la raiſon de ces racines quarrées, & (par 19, 6) les deux triangles ſeront dans la raiſon des deux nombres donnés.

Enfin ſi les deux termes de la raiſon donnée ſont des fractions de différente eſpece, on les réduira en deux autres fractions de même dénomination; & en négligeant le dénominateur commun, on ſe ſervira des deux numérateurs à la place des deux fractions propoſées, pour

travailler sur la ligne des plans, comme il a été enseigné.

Corollaire.

On pourra de la même façon à un cercle donné trouver un autre cercle en raison donnée, en travaillant par le diametre du cercle donné pour avoir le diametre du cercle qu'on cherche; & pareillement à un polygone donné trouver un autre polygone semblable en raison donnée, en réduisant le polygone donné en triangles par une ou plusieurs diagonales, & en cherchant autant de triangles semblables dans la raison donnée, lesquels étant joints ensemble donneront le polygone qu'on cherche.

Ainsi vous voyez qu'on peut, à l'aide de ce problême, augmenter & diminuer un polygone donné, ou un cercle donné, selon une raison donnée, parce que cette raison peut être de plus grande ou de moindre inégalité.

PROBLEME II.

Trouver la raison de deux plans semblables donnés. Pl. III, fig. 8.

Portez la longueur d'un des côtés du plus petit des polygones donnés sur la

ligne des plans du compas de proportion à un même nombre de part & d'autre, tel que l'on voudra; & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez ſur la même ligne des plans la longueur du côté homologue de l'autre plan donné, pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond: & ce ſecond nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier plan donné, ſeront les deux termes de la raiſon qu'on cherche.

Exemple.

Reprenons la figure précédente, & qu'il faille trouver la raiſon des deux triangles ſemblables donnés FGH, IKL. Suppoſons que les deux lignes AB, AC, ſoient chacune la ligne des plans du compas de proportion, & que le centre ſoit A. Ayant porté la longueur du côté FG de côté & d'autre ſur la ligne des plans au nombre 3, par exemple, enſorte que la diſtance DE, de 3 à 3, ſoit égale au côté FG, laiſſez le compas de proportion ainſi ouvert, & portez la longueur du côté IK, homologue au côté FG ſur la même ligne des plans, à un même nombre de part & d'autre, comme de B en C, ou ſoit, par exemple, le nombre 4. Cela étant, je dis que Pl. III; fig. 8.

le plan FGH eſt au plan IKL, comme 3 à 4, dont la démonſtration eſt tout-à-fait la même que celle du problême précédent.

Remarque.

Si le côté du plus grand plan donné eſt trop grand pour pouvoir être appliqué ſur le compas de proportion, qui ſeroit trop peu ouvert, il faut porter la longueur du côté du plus petit plan donné ſur un même nombre de la ligne des plans, le plus proche du centre qu'il ſera poſſible, afin que le compas de proportion étant ainſi plus ouvert, on puiſſe y porter la longueur du côté homologue du plus grand plan donné.

Mais ſi le côté du plus petit plan donné ſe trouve trop grand pour pouvoir être appliqué ſur la ligne des plans à un même nombre de part & d'autre, comme nous avons dit, il le faudra porter depuis le centre ſur la même ligne des plans, & auſſi le côté homologue du plus grand plan donné, pour avoir les deux nombres des côtés homologues des deux plans donnés, & ces deux nombres en exprimeront la raiſon.

Que ſi ces deux côtés homologues ſe trouvent encore trop grands, on ſe ſervira de leurs moitiés ou de leurs tiers : & pour

ne pas tomber dans cette difficulté, si l'on peut, on se servira dans chaque plan donné des deux plus petits côtés homologues, lorsque les deux plans donnés seront irréguliers.

Ce problême se peut aussi résoudre assez facilement par le moyen de la ligne des parties égales du compas de proportion, savoir en cherchant à deux côtés homologues des deux plans donnés une troisieme ligne proportionnelle, comme il a été enseigné au *problême VI* du chapitre précédent : parce que (par la 20 du 6) les nombres des parties égales que contiendront la premiere & la troisieme proportionnelle, seront les deux termes de la raison qu'on cherche.

Corollaire.

Comme les cercles sont dans la raison des quarrés de leurs diametres (par 2, 12) on voit aisément que l'on peut, par le moyen de ce problême, trouver avec la même facilité la raison de deux cercles donnés, en se servant de leurs diametres, comme de deux côtés homologues, &c.

PROBLEME III.

Ouvrir le compas de proportion enſorte que les deux lignes des plans faſſent un angle droit. Pl. III, fig. 9.

Ayant pris avec le compas commun ſur la ligne des plans, depuis le centre du compas de proportion, la longueur d'un nombre de plans tel que l'on voudra, appliquez cette longueur ſur la même ligne des plans, de part & d'autre, à un même nombre égal à la moitié du précédent, & alors les deux lignes des plans feront au centre un angle droit.

Exemple.

Pl. III, fig. 9. Suppoſons que les lignes AB, AC, ſoient chacune la ligne des plans du compas de proportion, dont le centre ſera par conſéquent en A. Suppoſons encore que les points B, C, ſoient chacun les points du 32e plan, par exemple, & que les points D, E, ſoient chacun le point du 16e plan, moitié du premier 32. Je dis que ſi vous ouvrez le compas de proportion, enſorte que la diſtance DE de 16 à 16 ſoit égale à AB ou à AC, l'angle A ſera droit.

Démonſtration.

Démonſtration.

Car puiſque AB ou DE eſt 32, & que AD eſt 16, moitié de 32, le quarré DE ſera, par la conſtruction de la ligne des plans, double du quarré AD ou AE, & par conſéquent égal aux deux quarrés AD, AE; d'où il ſuit (par 48, 1) que l'angle A eſt droit: *ce qu'il falloit démontrer.*

Corollaire.

Il ſuit évidemment de la pratique de ce problême, que ſi la ligne DE eſt plus grande en puiſſance que le double de la ligne AD, c'eſt-à-dire que ſi le plan AB, égal à DE, eſt plus grand que le double du plan AD, l'angle A ſera obtus: & aigu, ſi le plan AB eſt moindre que le double du plan AD.

PROBLEME IV.

Trouver un plan ſemblable & égal à deux plans ſemblables donnés. Pl. III, fig. 10.

Ayant porté deux côtés homologues tels que l'on voudra des deux plans donnés ſur la ligne des plans du compas de proportion, en commençant depuis le

centre, pour connoître le nombre des plans de chacun, & ayant ouvert le compas de proportion à angle droit, par le problême précédent, la distance des deux nombres trouvés, prise de côté & d'autre sur la ligne des plans, donnera le côté homologue d'un plan semblable & égal aux deux donnés.

Exemple.

Pl. III, fig. 10. Qu'il faille trouver le côté homologue d'un plan semblable & égal à deux plans semblables donnés, dont deux côtés homologues sont les lignes DE, FG. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des plans du compas de proportion dont le centre est A, que le côté DE étant porté sur la ligne des plans AB depuis le centre A en B, ce point B soit le 4e plan, & que l'autre côté FG étant pareillement porté sur l'autre ligne des plans AC, depuis le centre A en C, que ce point C soit le 9e plan. Cela étant supposé, le compas de proportion étant ouvert à angle droit, enforte que l'angle A soit droit, la distance BC de 4 à 9, prise de côté & d'autre sur la ligne des plans, sera le côté homologue d'un plan semblable & égal aux deux donnés, dont DE, FG sont deux côtés homologues.

Démonſtration.

Car (par la 47 du 1) le quarré BC étant égal aux deux quarrés AB, AC, ou DE, FG, la ligne BC ſera (par 31 6) le côté homologue d'un plan ſemblable & égal aux deux donnés, dont DE, FG ſont deux côtés homologues: *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si les côtés DE, FG ne peuvent pas être portés ſur la ligne des plans, pour être trop grands, on en portera ſeulement la moitié ou le tiers; & alors le double ou le triple de la diſtance BC ſera le côté homologue qu'on cherche.

Ce problême ſe peut auſſi réſoudre ſans qu'il ſoit beſoin d'ouvrir à angle droit le compas de proportion, comme vous le verrez au problême IV du ſixieme chapitre, dans la méthode que nous enſeignerons pour ajouter enſemble deux ſolides ſemblables, par le moyen de la ligne des ſolides; cette méthode étant la même pour les plans, excepté qu'on doit ſe ſervir de la ligne des plans.

Corollaire.

Par le moyen de ce problême, on peut

ſe flatter de ſçavoir la maniere d'ajouter enſemble autant de plans ſemblables que l'on voudra, en ajoutant enſemble les deux premiers, & ajoutant à la ſomme le troiſieme, & ainſi enſuite; comme auſſi de trouver un plan ſemblable égal à la différence d'un plan avec un ou pluſieurs autres qui lui ſont ſemblables.

On peut auſſi facilement trouver un cercle égal à pluſieurs cercles donnés, en travaillant par leurs diametres, conſidérés comme les côtés homolgues d'autant de plans ſemblables.

PROBLEME V.

Entre deux lignes données trouver une moyenne proportionnelle. Pl. III, fig 11.

Ayant porté chacune des deux lignes données ſur la ligne des parties égales du compas de proportion, ou ſur quelqu'autre ligne diviſée en parties égales, pour ſavoir le nombre des parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grande ligne donnée de part & d'autre ſur la ligne des plans du compas de proportion, à un nombre égal à celui de ſes parties égales; & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez

sur la même ligne des plans, de côté & d'autre la distance du nombre égal à celui des parties égales de la plus petite des deux lignes données, pour avoir la moyenne proportionnelle qu'on cherche.

Exemple.

Qu'il faille trouver une moyenne proportionnelle entre les deux lignes données FG, HI, dont la plus petite FG contienne, par exemple, 20 parties égales, & la plus grande HI en contienne 45. Suppoſons que les lignes AB, AC ſoient chacune la ligne des plans du compas de proportion, dont le centre eſt A : que les points B, C ſoient chacun le 45e plan, & les points D, E chacun le 20e plan. Appliquez la longueur de la plus grande ligne donnée HI ſur la ligne des plans, de part & d'autre, aux points B, C, enſorte que la diſtance BC, de 45 à 45, ſoit égale à la plus grande ligne donnée HI, & alors le diſtance DE, de 20 à 20, ſera moyenne proportionnelle entre les deux lignes données FG, HI. Pl. II, fig. 11.

Démonſtration.

Car dans les triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on a (par 4, 6)

cette analogie, AB, AD :: BC, DE; ou AB, AD :: HI, DE, à cause de BC égale à HI, par la construction; c'est pourquoi (par 22, 6) on aura celle-ci $\overline{AB}^2$, $\overline{AD}^2$ :: $\overline{HI}^2$, $\overline{DE}^2$; & si à la place des deux premiers termes $\overline{AB}^2$, $\overline{AD}^2$, on met les deux nombres 45, 20, qui sont en même raison, par la construction de la ligne des plans : ou bien si à la place de deux nombres 45, 20, on met les deux lignes HI, FG qui sont aussi en même raison, on aura cette autre analogie HI, FG :: $\overline{HI}^2$, $\overline{DE}^2$; & enfin si aux deux premiers termes HI, FG on donne la hauteur commune HI, on aura cette analogie $\overline{HI}^2$, FG + HI :: $\overline{HI}^2$, $\overline{DE}^2$; où l'on voit que le rectangle FG + HI est égal au quarré DE, parce que les antécédens étant égaux, les conséquens FG + HI & $\overline{DE}^2$, le seront aussi, & que (par 17, 6) la ligne DE est moyenne proportionnelle entre les deux lignes données FG, HI, *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si les nombres des parties égales des deux lignes données sont trop grands, on se servira de leurs moitiés ou de leurs tiers, comme il faudroit se servir des doubles ou des triples des deux mêmes nombres, s'ils étoient trop petits.

Ce problême se peut aussi résoudre par le moyen de la ligne des parties égales; mais comme la solution en est plus longue, nous n'en parlerons pas davantage.

Corollaire.

Par le moyen de ce problême, on peut aisément réduire un plan en quarré, comme par exemple un cercle, en cherchant entre son rayon & la moitié de sa circonférence une moyenne proportionnelle: un triangle, en cherchant entre un de ses côtés & la moitié de sa perpendiculaire une moyenne proportionnelle, & telle autre figure plane que l'on voudra, parce qu'on la peut aisément réduire en triangle.

On peut aussi facilement trouver une figure semblable & égale à la différence de deux plans semblables donnés, sçavoir en cherchant entre la somme & la différence des deux côtés homologues

quelconques, une moyenne proportionnelle, qui ſera le côté homologue de la figure qu'on cherche, &c.

Or comme l'uſage d'une moyenne proportionnelle eſt très-conſidérable dans la géométrie, nous ajouterons ici, pour ceux qui aiment la ſpéculation des mathématiques, une méthode curieuſe pour la trouver géométriquement.

PROBLEME VI.

Trouver géométriquement entre deux lignes données une moyenne proportionnelle. Pl. III, fig. 12.

Que les deux lignes données ſoient AB, AC que je ſuppoſe placées en ligne droite, l'une ſur l'autre, & tirées du même point A, pour avoir une conſtruction plus facile, telle qu'eſt la ſuivante.

Ayant prolongé la plus grande ligne donnée AC en E, enſorte que la ligne CE ſoit égale à la plus petite ligne donnée AB, & ayant tiré à la ligne AB, par ſon extrêmité B, la perpendiculaire BF égale à la même ligne AB, inſcrivez dans un demi-cercle décrit alentour de la ligne AE la ligne EG égale à la ligne EF, & décrivez du centre A par le point

G

G une circonférence de cercle, qui se trouve ici coupée par la ligne locale AH, qui fait en A avec AC un angle demi-droit au point H, duquel on doit tirer à la ligne AC la perpendiculaire HD, & la ligne HD = la ligne AD sera moyenne proportionnelle entre les deux données AB, AC.

Démonstration.

Car dans le triangle rectangle AGE, on a (par la 47 du 1) $\overline{AG}^2$, ou $\overline{AH}^2$, ou 2 $\overline{AD}^2 = \overline{AE}^2 - \overline{EG}^2$, & à cause de $\overline{AE}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CE}^2 +$ 2 ACE (par 42) ou de $\overline{AE}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 +$ 2 CAB, parce que l'on a fait CE égale AB, & encore à cause de $\overline{EG}^2$, ou $\overline{EF}^2 = \overline{BF}^2 + \overline{BE}^2$ (par 47, 1) ou de $\overline{EF}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$, on aura 2 $\overline{AD}^2$ = 2 CAB, & par conséquent $\overline{AD}^2$ = CAB, & l'on connoîtra (par 17, 6) que la ligne AD est moyenne proportionnelle entre les deux données AB, AC : *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Cette construction a été tirée de l'équation constitutive du problême, que nous avons réduite en deux lieux, savoir en un lieu à la ligne droite, & en un lieu au cercle, en cette sorte.

Si l'on suppose AB $= a$, AC $= b$, & AD $= x$, on aura $xx = ab$ pour l'équation constitutive du problême, que l'on réduira en deux lieux, en supposant premierement ce lieu à la ligne droite $x + y = b$, pour avoir $x = b - y$, & par conséquent $xx = bb - 2by + yy$; d'où ôtant le double de l'équation constitutive, savoir $2xx = 2ab$, on aura ce lieu au cercle, $-xx = bb - 2ab - 2by + yy$, dont le rayon est *Rab*, que l'on peut trouver géométriquement sans supposer l'invention d'une moyenne proportionnelle, savoir par la seule soustraction des deux quarrés *aa*, *bb* du quarré $aa + 2ab + bb$, de la somme $a + b$ des deux lignes données AB, AC, comme vous avez vu dans la construction.

Si vous voulez un lieu à un autre cercle, & par conséquent une autre construction, mettez $x + y$ à la place de b, ce qui se peut faire à cause du lieu supposé à la ligne droite $x + y = b$, & l'é-

quation constitutive $xx=ab$ se changera en celle-ci $xx=ax+ay$, dont le double $2xx=2ax+2ay$ étant ôté de $xx=bb-2by+yy$, on aura cet autre lieu au cercle $-xx=bb-2ax-2ay-2by+yy$, dont le rayon est R $2au+2ab$, lequel on peut trouver aussi géométriquement sans aucune moyenne proportionnelle, savoir par l'addition des deux quarrés aa, $aa+2ab+bb$, & par la soustraction du quarré bb, comme vous verrez dans notre grand traité d'algebre, lorsqu'il aura le bonheur de paroître.

On peut encore trouver un lieu à un autre cercle donné, & par conséquent une troisieme construction ; car dans le lieu supposé à la ligne droite $x+y=$, on trouvera $y=b-x$, & par conséquent $yy=bb-2bx+xx$: d'où ôtant $2xx=2ax+2ay$, qui est le double de l'équation constitutive changée, on aura cet autre lieu au cercle, $yy-2ax-2ay=bb-2bx-xx$, dont le rayon est R $2aa-2ab+2bb$, que l'on peut trouver pareillement sans aucune moyenne proportionnelle, savoir par la seule addition des trois quarrés aa, bb, $aa-2ab+bb$, comme vous verrez dans le même traité d'algebre, où nous avons expliqué &

démontre à fond ces deux dernieres constructions, & ce n'eſt pas le lieu ici d'en dire davantage. Ceux qui voudront ſavoir plus particulierement la maniere de réſoudre par deux lieux les équations de deux dimenſions, pourront voir *nos deux traités des lieux géométriques*, & *de la conſtruction des équations*, qui ſont précédés d'un traité *des lignes du premier genre*.

CHAPITRE IV.

Uſage de la ligne des polygones.

LA ligne des polygones ſert principalement à diviſer un cercle donné en autant de parties égales que l'on voudra, ce qu'il faut ſavoir faire dans l'architecture militaire, pour la fortification des places régulieres, & quelquefois auſſi dans l'architecture civile, pour la deſcription des carreaux faits en polygones propres pour paver une ſalle; elle ſert auſſi dans la géométrie, comme, par exemple, pour couper une ligne donnée dans la moyenne & extrême raiſon, pour tracer un triangle iſoſcele où l'angle à la baſe ſoit double de l'angle du ſommet, &c.

PROBLEME I.

Décrire un polygone régulier dans un cercle donné. Pl. III, fig. 13.

Appliquez la longueur du rayon du cercle donné de part & d'autre sur la ligne des polygones du compas de proportion de 6 à 6, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des polygones la distance de côté & d'autre d'un même nombre égal au nombre des côtés du polygone que vous voulez décrire, pour avoir le côté de ce polygone.

Exemple.

Qu'il faille décrire un eptagone régulier dans le cercle donné HIG, dont le centre est I, & le rayon IF ou IG. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des polygones du compas de proportion, dont le centre est A; que les points B, C soient chacun les points de l'exagone, & les points D, E chacun les points de l'eptagone. Ayant appliqué la longueur du rayon IF ou IG sur la ligne des polygones, de part & d'autre, de B en C, ensorte que la distance BC de 6 à 6 soit égale au rayon IF, & le Pl. III, fig. 13.

compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez la diſtance DE de 7 à 7, laquelle donnera la longueur du côté FG, ou FH, de l'eptagone régulier inſcriptible dans le cercle donné HFG.

Démonſtration.

Car dans les deux triangles iſoſceles ſemblables ABC, AED, on connoît (par 4, 6) que la raiſon des deux lignes AB, AD eſt égale à celle des deux BC, DE; c'eſt pourquoi comme AD eſt le côté d'un eptagone régulier inſcrit dans un cercle dont le rayon eſt AB, par la conſtruction de la ligne des polygones, il eſt de néceſſité que DE ou FG ſoit auſſi le côté d'un eptagone régulier inſcrit dans un cercle dont le rayon eſt BC ou IF : *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si le rayon du cercle donné eſt trop grand pour pouvoir être appliqué ſur la ligne des polygones, on en appliquera ſeulement la moitié ou le tiers, & alors le double ou le triple de la ligne qu'on trouvera ſera le côté du polygone qu'on cherche.

Quand le polygone qu'on veut décrire au dedans du cercle donné aura plus de douze côtés, on ne pourra plus ſe ſervir

de la ligne des polygones ; & dans ce cas on se servira de la ligne des cordes, par le moyen de laquelle on fera l'arc FG d'autant de degrés qu'en doit avoir l'angle du centre I, lesquels on trouvera en divisant 360 degrés par le nombre des côtés du polygone.

PROBLEME II.

Décrire sur une ligne donnée un polygone régulier. Pl. III, fig. 13.

Ayant appliqué la longueur de la ligne donnée de part & d'autre sur la ligne des polygones du compas de proportion, à un nombre égal à celui des côtés du polygone qu'on veut décrire, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des polygones, de côté & d'autre, la distance de 6 à 6, laquelle sera le rayon du cercle propre à décrire le polygone. C'est pourquoi, si avec cette ouverture on décrit des deux extrêmités de la ligne donnée deux arcs de cercle, l'intersection de ces deux arcs donnera le cercle de ce centre.

Exemple.

Reprenons la figure précédente, & supposons que sur la ligne donnée FG, il Pl. III, fig. 13.

faille décrire un eptagone régulier. Supposons auſſi que les lignes AB, AC ſoient chacune la ligne des polygones du compas de proportion, dont le centre eſt A, que les points B, C ſoient chacun le point de l'exagone, & les points D, E chacun le point de l'eptagone; appliquez la longueur de la ligne donnée FG ſur la ligne des polygones, de part & d'autre, aux points D, E, enſorte que la diſtance DE de 7 à 7 ſoit égale à la ligne donnée FG; & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, décrivez avec la diſtance BC de 6 à 6, priſe ſur la même ligne des polygones des deux extrêmités F, G, deux arcs de cercle, dont le point de ſection I ſera le centre du cercle circonſcriptible, de ſorte que la ligne BC ſera le rayon du cercle propre à décrire le polygone.

Démonſtration.

Car dans les deux triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on connoît (par 4, 6) que la raiſon des deux lignes AD, AB, eſt égale à celle des deux DE, BC; & comme la ligne AD eſt le côté d'un eptagone régulier inſcrit dans un cercle dont le rayon eſt AB, par la conſtruction de la ligne des poly-

gones, il faut que la ligne DE ou FG soit aussi le côté d'un eptagone régulier inscrit dans un cercle dont BC est le rayon : *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si la ligne donnée est trop petite pour pouvoir être appliquée sur la ligne des polygones, il en faut appliquer le double ou le triple, & alors la moitié ou le tiers de la ligne qu'on trouvera sera le rayon du cercle circonscrit.

Quand le polygone qu'on veut décrire sur la ligne donnée aura plus de douze côtés, on ne pourra pas se servir de la ligne des polygones, & alors le centre I du cercle circonscrit se trouvera par le moyen de la ligne des cordes, en tirant des deux extrêmités F, G, de la ligne donnée FG, les deux rayons FI, GI, qui fassent avec la ligne donnée FG chacune un angle égal au demi-angle du polygone, lequel demi-angle est égal au complément de la moitié de l'angle du centre.

PROBLEME III.

Couper une ligne donnée dans la moyenne & extrême raiſon. Pl. III, fig. 14.

Appliquez la longueur de la ligne donnée ſur la ligne des polygones du compas de proportion, de part & d'autre, de 6 à 6, & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même ligne des polygones de côté & d'autre la diſtance de 10 à 10, laquelle donnera le plus grand ſegment de la ligne propoſée.

Exemple.

Pl. III, fig. 14. Qu'il faille couper la ligne donnée FG en H dans la moyenne & extrême raiſon. Suppoſons que les lignes AB, AC ſoient chacune la ligne des polygones du compas de proportion, dont le centre eſt A; que les points B, C ſoient chacun le point de l'exagone, & les points D, E chacun le point du décagone. Ayant appliqué la longueur de la ligne donnée FG ſur la ligne des polygones de part & d'autre de B en C, enſorte que la diſtance BC de 6 à 6

ſoit égale à la ligne donnée FG, & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, la diſtance DE de 10 à 10 donnera la longueur du grand ſegment FH.

Démonſtration.

Car dans les deux triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on connoît (par 4, 6) que la raiſon des lignes AB, AD eſt égale à celle des deux BC, DE, ou FG, FH; & comme AD, AB ſont les côtés d'un décagone & d'un exagone inſcrits dans un même cercle, il faut que FG, FH ſoient auſſi les côtés d'un exagone & d'un décagone inſcrits dans un même cercle. C'eſt pourquoi (par le *coroll.* de la 9 du 13) le point H diviſe la ligne propoſée FG dans la moyenne & extrême raiſon : *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si la ligne donnée eſt trop longue pour pouvoir être appliquée ſur la ligne des polygones, on en appliquera ſeulement la moitié ou le tiers, & alors le double ou le triple de la ligne qu'on trouvera ſera le plus grand ſegment de la ligne propoſée.

Ce problême se peut aussi résoudre par la ligne des cordes ; savoir, en appliquant la ligne donnée sur la ligne des cordes de 60 à 60, & en prenant sur la même ligne des cordes la distance de 36 à 36, qui donnera le grand segment de la ligne proposée, parce que le côté de l'exagone est la corde de 60 degrés, & le côté du décagone la corde de 36 degrés dans un même cercle.

Corollaire.

Par le moyen de ce problême on peut aisément résoudre cette équation de deux dimensions, $xx+ax=aa$, savoir, en coupant la ligne représentée par la lettre a dans la moyenne & extrême raison ; car le plus grand segment de cette ligne ainsi coupée sera la racine véritable de l'équation proposée $xx+ax=aa$, & le plus petit sera la racine véritable de celle-ci, $xx-ax=-aa$, comme il sera aisé à démontrer à celui qui entendra l'algebre.

PROBLEME IV.

Décrire sur une base donnée un triangle isoscele, dont l'un des deux angles à la base soit double de l'angle au sommet. Pl. III, fig. 15.

Appliquez la longueur de la base donnée de part & d'autre sur la ligne des polygones du compas de proportion de 10 à 10, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des polygones de côté & d'autre la distance de 6 à 6, pour avoir la longueur de chacun des deux côtés du triangle qu'on cherche.

Exemple.

Qu'il faille décrire sur la base donnée FG un triangle isoscele FGH, ensorte que l'angle F ou G soit double de l'angle H. Supposons que les deux lignes AB, AC soient chacune la ligne des polygones du compas de proportion, dont le centre est A; que les points B, C soient chacun le point 6, & les points D, E chacun le point 10. Appliquez la ligne donnée FG sur la ligne des po- Pl. III, fig. 15.

lygones de part & d'autre de D en E, enſorte que la diſtance DE de 10 à 10 ſoit égale à la baſe donnée FG; & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez la diſtance BC de 6 à 6, pour avoir le côté FH ou GH du triangle qu'on cherche.

Démonſtration.

Pour la démonſtration, faites HI égale à FG ou à DE; & parce que dans les triangles iſoſceles ſemblables ADE, ABC, on a (par 4, 2) cette analogie AD, AB :: DE, BC, que AD eſt le côté d'un décagone, & AB le côté d'un exagone, inſcrits dans un même cercle, il faut que DE, ou FG, ou HI, ſoit pareillement le côté d'un décagone, & BC ou FH le côté d'un exagone, inſcrits dans le même cercle; c'eſt pourquoi (par 9, 13) la ligne FH eſt coupée en I dans la moyenne & extrême raiſon, & (par 10, 4) le triangle FGH ſera celui qu'on cherche : *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Ce problême ſe peut auſſi réſoudre par le moyen de la ligne des cordes, ſa-

voir, en appliquant sur cette ligne des cordes la longueur de la ligne donnée de part & d'autre de 36 à 36, & en prenant sur la même ligne des cordes la distance de 60 à 60, qui donnera le côté du triangle qu'on cherche.

PROBLEME V.

Ouvrir le compas de proportion ensorte que les deux lignes des polygones fassent un angle droit. Pl. III, fig. 16.

Ayant pris avec le compas commun sur la ligne des polygones depuis le centre du compas de proportion, la longueur du côté du pentagone, appliquez cette même longueur sur la même ligne des polygones de côté & d'autre de 10 à 6, & alors les deux lignes des polygones feront au centre un angle droit.

Exemple.

Supposons que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des polygones du compas de proportion dont le centre est A. Supposons encore que AB soit le côté du pentagone, AD le côté de l'exagone, & AC le côté du décagone. Je dis que Pl. III; fig. 16.

si l'on ouvre le compas de proportion ; enforte que la distance CD de 10 à 6 soit égale au côté AB du pentagone, l'angle A sera droit.

Démonstration.

Car puisque le quarré AB ou CD du côté du pentagone est égal au quarré AC du côté du décagone, & au quarré AD du côté de l'exagone (par 10, 13), il est de nécessité (par 48, 1) que l'angle A soit droit : *ce qu'il falloit démontrer.*

CHAPITRE V.

Usage de la ligne des cordes.

LA ligne des cordes sert pour mesurer un angle sur le papier ou sur le terrein : ou bien pour faire sur le papier ou sur le terrein un angle d'autant de degrés que l'on voudra. Elle sert aussi pour la description des polygones réguliers, comme vous avez vu, & pour résoudre plusieurs autres problêmes, dont les principaux & les plus nécessaires sont seulement ici déclarés.

PROBLEME

PROBLEME I.

Prendre sur la circonférence d'un cercle donné un arc d'autant de degrés que l'on voudra. Pl. IV, fig. 17.

Appliquez le rayon du cercle donné sur la ligne des cordes du compas de proportion, de part & d'autre, toujours de 60 à 60, parce que le rayon d'un cercle est égal à la corde de 60 degrés; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des cordes de côté & d'autre, la distance du nombre égal à celui des degrés proposés, & la transportez sur la circonférence du cercle donné, pour avoir un arc d'autant de degrés qu'il étoit proposé.

Exemple.

Que le rayon du cercle donné soit FG, & qu'il faille prendre sur sa circonférence un arc, par exemple, de 80 degrés. Suppofons que les lignes AB, AC, soient chacune la ligne des cordes du compas de proportion, dont le centre est A. Que AB ou AC soit la corde de 80 degrés, & AD ou AE, la corde Pl. IV, fig. 17.

de 60 degrés. Ayant appliqué la longueur du rayon FG, de part & d'autre, de D en E; enſorte que la diſtance DE de 60 à 60 ſoit égale au rayon FG, & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez la diſtance BC de 80 à 80 ſur la circonférence du cercle donné, depuis G en H, pour avoir l'arc GIH de 80 degrés.

Démonſtration.

Car dans les triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on connoît (par 4, 2) que la raiſon des lignes AD, AB, eſt égale à celle des lignes DE, BC, ou FG, GH, & comme AB eſt la corde de 80 degrés à l'égard du rayon AD, par la conſtruction de la ligne des cordes, il eſt de néceſſité que GH ſoit auſſi la corde de 80 degrés à l'égard du rayon FG, & que par conſéquent l'arc GH ſoit de 80 degrés : *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

On peut par une opération contraire trouver les dégrés d'un arc dont on connoît le demi-diametre ; ſçavoir, en appliquant ce demi-diametre de 60 à 60

ſur la ligne des cordes, & en tranſportant la corde de l'arc propoſé ſur la même ligne des cordes, enſorte que l'on rencontre de part & d'autre un même nombre de degrés ; car ce nombre marquera la quantité de l'arc propoſé.

Corollaire.

On peut, par le moyen de ce problême, faire à un point donné d'une ligne donnée ſur le papier, un angle d'autant de degrés que l'on voudra : ou bien connoître la quantité d'un angle rectiligne donné ſur le papier, puiſque la meſure d'un tel angle eſt un arc de cercle décrit de ſa pointe. D'où il eſt aiſé de conſtruire ſur une baſe donnée un triangle iſoſcele, où l'angle de la baſe ſoit à l'angle du ſommet en raiſon donnée, en faiſant à chaque extrêmité de la baſe donnée un angle dont les degrés ſe trouveront en multipliant 90 degrés par le double du terme homologue à l'angle de la baſe, & en diviſant le produit par la ſomme du même double & de l'autre terme.

On peut, ſans la ligne des cordes, faire à un point donné d'une ligne donnée un angle d'autant de degrés que l'on voudra ; ſçavoir, par le moyen de la ligne

des tangentes, quand elle eſt ſur le compas de proportion, ce qui arrive rarement, parce que cette ligne ne peut pas contenir tous les degrés du quart de cercle, le nombre de ces degrés ne pouvant pas ſurpaſſer 75.

Si donc on veut ſe ſervir de la ligne des tangentes, que je ſuppoſe marquée avec ſes degrés ſur chaque jambe du compas de proportion, pour faire à un point donné d'une ligne donnée un angle, par exemple, de 50 degrés; au lieu d'accommoder la longueur de cette ligne de 60 à 60 ſur la ligne des cordes, il la faut accommoder ſur la ligne des tangentes de 45 à 45, parce que le rayon ou ſinus total eſt égal à la tangente de 45 degrés: & au lieu de porter la diſtance de 50 à 50, qui eſt le nombre des degrés propoſés, ſur la circonférence de cercle décrit du point donné, on la portera ſur une ligne perpendiculaire tirée par l'extrêmité de la ligne donnée, lorſque cette diſtance aura été priſe de part & d'autre ſur la ligne des tangentes, &c.

PROBLEME II.

Ouvrir le compas de proportion de maniere que l'angle des deux lignes des cordes soit d'autant de degrés qu'on voudra. Pl. IV, fig. 18.

Si on prend depuis le centre du compas de proportion sur l'une des deux lignes des cordes la corde correspondante aux degrés proposés, & qu'on en applique la longueur sur les lignes des cordes de côté & d'autre, de 60 à 60, le compas de proportion se trouvera ouvert comme l'on demande.

Exemple.

Qu'il faille ouvrir le compas de proportion enforte que les deux lignes des cordes fassent un angle, par exemple, de 40 degrés. Supposons que les lignes AD, AE soient chacune la corde de 40 degrés, & les lignes AB, AC, chacune la corde de 60 degrés. Je dis que si on applique la corde AD ou AE de 40 degrés de côté & d'autre de B en C, enforte que la distance BC de 60 à 60 soit égale à la corde AD de 40 degrés, l'angle A sera aussi de 40 degrés. Pl. IV, fig. 18.

Exemple.

Car si l'on décrit du centre A par les points B, C l'arc de cercle BC, & que l'on considere que la ligne AD est la corde de 40 degrés à l'égard du rayon AB, qui est la corde de 60 degrés, on connoîtra aisément que la ligne BC, égale à la ligne AD, est aussi la corde de 40 degrés ; & comme elle est la corde de l'arc BC, il s'ensuit que l'arc BC, & par conséquent l'angle A est aussi de 40 degrés. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

On peut, par une opération contraire à la précédente, connoître l'ouverture du compas de proportion à l'égard de la ligne des cordes : car si on porte depuis le centre du compas de proportion, sur la ligne des cordes, la distance de 60 à 60, prise de part & d'autre sur la même ligne des cordes, on rencontrera le nombre de degrés de l'ouverture qu'on cherche.

C'est à cause de cela que l'on ajoute quelquefois au compas de proportion des pinnules placées sur la ligne des cordes,

pour pouvoir mesurer un angle sur la terre, ou pour en faire un sur la terre d'autant de degrés que l'on voudra : mais j'aimerois mieux me servir d'un demi cercle bien divisé, le compas de proportion n'étant propre que pour travailler promptement sur le papier. C'est pourquoi je négligerai ici d'expliquer plusieurs usages, qui ne sont que d'une pure curiosité.

Si l'on veut ouvrir le compas de proportion ensorte que les deux lignes des cordes, ou bien des parties égales, ou de deux lignes semblables, tracées de part & d'autre sur le compas de proportion, fassent un angle égal au donné A, il faut à volonté décrire de cet angle donné A l'arc de cercle BC, & porter le demi-diametre AB ou AC, depuis le centre du compas de proportion sur chacune des deux lignes que vous voulez ouvrir à l'angle donné. Après quoi si l'on marque sur chaque ligne le point où le demi-diametre se terminera, & que l'on ouvre le compas de proportion ensorte que la distance de ces deux points soit égale à celle des deux extrêmités de l'arc BC, les deux lignes proposées feront un angle égal au donné A. Fig. 18.

PROBLEME III.

Trouver le demi-diametre d'un arc de cercle donné dont on connoît les degrés. Pl. IV, fig. 17.

Si on applique la corde de l'arc donné sur la ligne des cordes du compas de proportion, de côté & d'autre, au nombre des degrés de l'arc proposé, & qu'on laisse le compas de proportion ainsi ouvert, la distance de 60 à 60, prise sur la même ligne des cordes, donnera la longueur du rayon qu'on cherche.

Exemple.

Pl. IV, fig. 17. Que l'arc de cercle GH soit, par exemple de 80 degrés, & qu'il en faille trouver le rayon FG. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des cordes du compas de proportion, dont le centre est A; que AB ou AC soit la corde de 80 degrés, & AD ou AE la corde de 60 degrés. Je dis que si on applique la corde GH sur la ligne des parties égales du compas de proportion, de part & autre, de B en C, ensorte que la distance BC de 80 à 80 soit

soit égale à cette corde GH, la distance DE de 60 à 60 sera égale au rayon FG.

Démonstration.

Car dans les triangles isosceles semblables ABC, ADE, on connoît (par 46) que la raison des lignes AB, AD est égale à celle des lignes BC, DE, ou GH, DE; & comme AD est le rayon à l'égard de la corde AB de 80 degrés, par la construction de la ligne des cordes, il est de nécessité que DE soit aussi le rayon à l'égard de la corde GH de 80 degrés, & par conséquent le demi-diametre de l'arc proposé GIH.

Remarque.

Si l'arc GIH étoit simplement donné, sans en connoître ni le centre, ni le nombre des degrés, on trouvera ce nombre de degrés, en prenant à volonté sur cet arc un point comme I, & en tirant les deux cordes IG, IH, dont l'angle GIH étant mesuré, & son double étant ôté de 360 degrés, le reste donnera le nombre qu'on cherche.

Corollaire.

On peut, par le moyen de ce problême trouver aiſément le centre d'un cercle, ou d'un arc de cercle donné, ou bien faire paſſer par trois points donnés une circonférence de cercle : car ſi on prend ſur le cercle donné un arc à volonté, pour en connoître les degrés, comme il a été enſeigné dans la remarque précédente, & qu'à l'intervalle du rayon que l'on trouvera, on faſſe de deux points quelconques de l'arc donné, ou de trois points donnés, deux arcs de cercle qui s'entre-coupent, la ſection de ces deux arcs donnera le centre du cercle qu'on cherche.

CHAPITRE VI.

Uſage de la ligne des ſolides.

LA ligne des ſolides à l'égard des corps a les mêmes uſages que la ligne des plans à l'égard des ſurfaces, comme vous allez voir dans les problêmes ſuivans.

PROBLEME I.

Etant donnée une pyramide, trouver une autre pyramide semblable en raison donnée. Pl. IV, fig. 19.

Appliquez la longueur d'un côté de la pyramide donnée sur la ligne des solides du compas de proportion à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raison donnée; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des solides la distance de côté & d'autre du nombre égal au second terme de la raison donnée, pour avoir la longueur du côté homologue de la pyramide qu'on cherche. C'est de la même façon que l'on trouvera les côtés homologues aux autres côtés de la pyramide proposée.

Exemple.

Soit donnée la pyramide FGHI, & qu'il lui faille trouver une autre pyramide semblable, ensorte que la pyramide FGHI soit à celle qu'on cherche, comme, par exemple, 16 à 54. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune Pl. IV; fig. 19.

la ligne des solides du compas de proportion, dont le centre est A. Que les points marqués 54, ou du 54e solide, soient B, C, & que les points marqués 16, ou du 16e solide, soient D, E. Pour trouver le côté homologue à l'un des côtés de la pyramide donnée FGHI, comme au côté FG, portez la longueur de ce côté FG sur la ligne des solides AB, AC, de côté & d'autre, de D en E, en sorte que la distance DE, de 16 à 16, soit égale au même côté FG; alors la distance BC, de 54 à 54, donnera la longueur du côté KL, homologue au côté FA. On trouvera de la même façon le côté LM, homologue au côté GH, & pareillement la hauteur NO, homologue à la hauteur IP, & ainsi des autres, & la pyramide KLMN sera celle qu'on cherche, c'est-à-dire, qu'elle sera semblable à la pyramide donnée FGHI, & que cette pyramide FGHI sera à la pyramide KLMN, comme 16 à 54.

Démonstration.

Car dans les deux triangles isosceles semblables ABC, ADE, on connoît (par 4, 6) que les quatre lignes DE, BC, AD, AB, sont proportionnelles, & (par 37, 11) que leurs cubes sont aussi

proportionnels ; & parce que les deux cubes AD, AB ſont entre eux comme 16 à 54, par la conſtruction de la ligne des ſolides, les deux cubes DE, BC, ou FG, KL, ſeront auſſi entre eux comme 16 à 54, & (par 8, 12) la pyramyde FGHI ſera à la pyramide KLMN auſſi comme 16 à 54, parce que ces deux pyramides ſont ſemblables par la conſtruction, (& par *Def.* 9, 11) : *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si les deux termes de la raiſon donnée ſont trop grands, on prendra leurs ſoumultiples, en les diviſant chacun par un même nombre tel que l'on voudra : s'ils ſont trop petits, on prendra leurs multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pourvû que le plus grand nombre qui viendra ne ſurpaſſe pas 64, parce que dans le compas de proportion le plus grand ſolide n'eſt que 64.

Si les deux termes de la raiſon donnée ont leurs racines cubiques exactes, on ſe ſervira de ces racines cubiques à la place des deux nombres donnés ; mais au lieu de travailler ſur la ligne des ſo-

lides, on travaillera sur la ligne des parties égales : car ainsi les côtés homologues des deux pyramides semblables seront dans la raison de ces racines cubiques, & (par 8, 11) les deux pyramides seront dans la raison des deux nombres donnés.

Enfin, si les deux termes de la raison donnée sont des fractions de différente espece, on les réduira en deux autres fractions de même dénomination ; & en négligeant le dénominateur commun, on se servira des deux numérateurs à la place des deux fractions données, pour travailler sur la ligne des solides, comme il a été enseigné.

Corollaire.

On pourra de la même façon à une sphere donnée trouver une autre sphere en raison donnée, en travaillant par le diametre de la sphere donnée, pour avoir le diametre de la sphere qu'on cherche ; & pareillement à un cone ou à un cylindre donné, trouver un cone ou un cylindre semblable en raison donnée, en travaillant par le diametre de la base & par la hauteur du cone ou du cylindre donné, pour avoir le diametre de la base

& la hauteur du cone ou du cylindre qu'on cherche.

On pourra auſſi de la même façon, à quelque autre corps donné que ce ſoit, trouver un corps ſemblable en raiſon donnée, en travaillant ſéparément pour chaque côté du ſolide donné, pour avoir le côté homologue du ſolide qu'on cherche.

Ainſi vous voyez qu'on peut, à l'aide de ce problême, augmenter ou diminuer un ſolide donné, & par conſéquent une ſphere donnée, & auſſi un cone & un cylindre donnés ſelon une raiſon donnée, parce que cette raiſon donnée peut être de plus grande ou de moindre inégalité.

PROBLEME II.

Trouver la raiſon de deux ſolides ſemblables donnés. Pl. IV, fig. 19.

Portez la longueur d'un des côtés du plus petit des deux ſolides donnés ſur la ligne des ſolides du compas de proportion de part & d'autre, à un même nombre tel que l'on voudra; & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez ſur la même ligne des ſolides la longueur du côté homologue de

l'autre solide donné, pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond, & ce second nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier solide, feront les deux termes de la raison qu'on cherche.

Remarque.

Pl. IV, fig. 19. Reprenons la figure précédente, & qu'il faille trouver la raison des deux pyramides semblables données FGHI, KLMN. Supposons que les deux lignes AB, AC soient chacune la ligne des solides du compas de proportion, dont le centre est A. Ayant porté la longueur du côté FG de part & d'autre sur la ligne des solides au nombre 16, par exemple, enforte que la distance DE de 16 à 16 soit égale au côté FG, laissez le compas de proportion ainsi ouvert, & portez la longueur du côté KL, homologue au côté FG, sur la même ligne des solides, à un même nombre de côté & d'autre, comme de B en C, où soit par exemple le nombre 54 : cela étant, je dis que le solide FGHI est au solide KLMN, comme 16 à 54, dont la démonstration est la même que celle du problême précédent.

Remarque.

Si le côté du plus grand ſolide donné eſt trop grand pour pouvoir être appliqué ſur le compas de proportion, qui ſeroit trop peu ouvert, il faut porter la longueur du côté du plus petit ſolide donné ſur la ligne des ſolides, le plus proche du centre qu'il ſera poſſible, afin que le compas de proportion étant ainſi plus ouvert, on puiſſe y porter la longueur du côté homologue du plus grand ſolide donné.

Mais ſi le côté du plus petit ſolide donné ſe trouve trop grand pour pouvoir être appliqué ſur la ligne des ſolides à un même nombre de part & d'autre, comme nous avons dit, il le faudra porter depuis le centre ſur la même ligne des ſolides, & auſſi le côté homologue du plus grand ſolide donné, pour avoir les deux nombres des côtés homologues des deux ſolides donnés, & ces deux nombres en exprimeront la raiſon.

Que ſi ces deux côtés homologues ſe trouvent encore trop grands, on ſe ſervira de leurs moitiés ou de leurs tiers : & pour ne pas tomber dans cette difficulté, ſi l'on peut, on ſe ſervira dans

chaque ſolide donné des deux côtés homologues les plus petits, lorſque les deux ſolides donnés ſeront irréguliers.

Ce problême ſe peut auſſi réſoudre par le moyen de la ligne des parties égales du compas de proportion, ſçavoir en cherchant à deux côtés homologues des deux ſolides donnés une troiſieme ligne proportionnelle, & à ces trois lignes une quatrieme proportionnelle, comme il a été enſeigné au problême VI du chapitre ſecond; parce que (par 33, 11) les nombres des parties égales que contiendront la premiere & la quatrieme proportionnelle, ſeront les deux termes de la raiſon qu'on demande.

Corollaire.

Comme les ſpheres ſont dans la raiſon des cubes de leurs diametres, (par 18, 12) on voit aiſément que l'on peut par le moyen de ce problême trouver avec la même facilité la raiſon de deux ſpheres données, en ſe ſervant de leurs diametres comme de deux côtés homologues. Et pareillement on pourra trouver la raiſon de deux cones ou de deux cylindres ſemblables donnés, en ſe ſervant des diametres de leurs baſes, &c.

PROBLEME III.

Ouvrir le compas de proportion de façon que les deux lignes des solides fassent un angle droit.

Ayant pris sur la ligne des solides, depuis le centre du compas de proportion, le côté du 15e solide, appliquez-en la longueur sur la même ligne des solides, de part & d'autre, de 3 à 8, & le compas de proportion se trouvera ouvert à un angle de 90 degrés à l'égard de la ligne des solides, parce que le quarré du côté du 15e solide, est à peu près égal au quarré du côté du 3e solide & au quarré du côté du 8e solide, sans qu'il s'en manque seulement une milliéme partie de la longueur du compas de proportion, ce qui est de petite conséquence pour la pratique, comme l'on peut voir dans les tables des solides, qui vous feront connoître que l'on peut aussi appliquer la longueur du plus grand & 64e solide, prise depuis le centre sur la ligne des solides, de part & d'autre, de 3 à 52, ou de 9 à 46, ou bien encore de 16 à 30, sans que l'erreur soit seulement d'une milliéme partie de la longueur du plus grand solide.

PROBLEME IV.

Trouver un solide semblable & égal à deux solides semblables donnés. Pl. IV, fig. 20.

Supposant que l'un des côtés du premier solide donné soit d'un nombre de solides tel que l'on voudra, appliquez-en la longueur sur la ligne des solides du compas de proportion, de part & d'autre, à ce nombre supposé, & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez la longueur du côté homologue du second solide donné sur la même ligne des solides, ensorte que cette longueur réponde de côté & d'autre à un même nombre; alors la distance du nombre égal à la somme de ces deux nombres, prise de part & d'autre sur la ligne des solides, donnera le côté homologue du solide qu'on cherche.

Exemple.

Pl. IV. fig. 20. Qu'il faille trouver le côté homologue d'un solide semblable & égal à deux solides semblables donnés, dont deux côtés homologues soient les lignes HI, KL. Supposons que les lignes AB, AC

ſoient chacune la ligne des ſolides du compas de proportion, dont le centre eſt A. Suppoſons encore que les deux points F, G ſoient chacun le point, par exemple du 8e ſolide, auquel on appliquera, ſi l'on veut, la longueur du côté HI, enſorte que la diſtance FG, de 8 à 8, ſoit égale à ce côté HI, pour appliquer enſuite ſur la même ligne des ſolides la longueur de l'autre côté KL, de part & d'autre, de D en E, enſorte que les points D, E ſoient chacun également éloignés du centre A, c'eſt-à-dire, d'un même nombre de ſolides, qui ſoit, par exemple 27, enſorte que la diſtance DE de 27 à 27 ſoit égale à cet autre côté KL. Cela fait, & le compas de proportion demeurant ainſi ouvert, je dis que la diſtance BC, de 35 à 35, qui eſt la ſomme des deux nombres précédens 8, 27, qui expriment la raiſon des deux ſolides donnés, eſt égale au côté homologue d'un ſolide ſemblable & égal aux deux ſolides donnés, dont deux côtés homologues ſont HI, KL.

Démonſtration.

Car dans les triangles iſoſceles ſemblables ABC, AFG, on a (par 4, 6)

cette analogie, AB, AF :: DE, FG; c'eſt pourquoi (par 27, 11) on aura celle-ci $\overline{AB}^3$, $\overline{AF}^3$ :: $\overline{BC}^3$, $\overline{FG}^3$; & ſi à la place des deux premiers termes $\overline{AB}^3$, $\overline{AF}^3$, on met les deux nombres 35, 8, qui ſont en même raiſon, parce que AB eſt le côté du 35e ſolide, & AF le côté du 8e, on aura cette autre analogie, 35, 8 :: $\overline{BC}^3$, $\overline{FG}^3$, & en diviſant, on aura celle-ci, 27, 8 :: $\overline{BC}^3 - \overline{FG}^3$, $\overline{FG}^3$; & ſi à la place des deux premiers termes 27, 8, on met les deux cubes AD, AF, qui ſont en même raiſon, parce que AD eſt le côté du 27e ſolide, & AF le côté du 8e, ou bien ſi à la place de ces deux $\overline{AD}^3$, $\overline{AF}^3$, on met les deux $\overline{DE}^3$, $\overline{FG}^3$, qui ſont en même raiſon, à cauſe des triangles iſoſceles ſemblables ADE, AFG, on aura cette autre analogie, $\overline{DE}^3$, $\overline{FG}^3$ :: $\overline{BC}^3 - \overline{FG}^3$, $\overline{FG}^3$; où l'on voit que le cube DE, ou IK eſt égal à la différence des deux BC, FG ou HI, & par conſéquent le cube BC eſt égal à la ſomme des deux HI, KL D'où il ſuit (par 33, 11) que la ligne BC eſt un côté homologue d'un ſolide ſemblable & égal aux deux ſolides

ſemblables donnés, dont deux côtés homologues ſont les lignes HI, KL : *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Pour n'avoir pas un nombre trop grand dans la ſomme des deux nombres qui expriment la raiſon des deux ſolides donnés, on donnera au côté du premier ſolide donné un nombre de ſolides le plus petit que l'on pourra, afin que l'autre nombre des ſolides du côté homologue du ſecond ſolide ſoit auſſi plus petit, & qu'ainſi la ſomme de ces deux nombres ſe puiſſe trouver ſur la ligne des ſolides.

Corollaire.

Il ſuit aiſément de la pratique de ce problême que l'on peut ajouter enſemble plus de deux ſolides ſemblables donnés, ſavoir en ajoutant enſemble les deux premiers, & en ajoutant à la ſomme le troiſieme, & ainſi enſuite.

On peut auſſi facilement trouver une ſphere égale à pluſieurs ſpheres données, en travaillant par leurs diametres, conſidérés comme les côtés homologues d'autant de ſolides ſemblables, & trouver

pareillement un cône ou un cylindre égal à plusieurs cônes, ou à plusieurs cylindres donnés, savoir en travaillant par les diametres de leurs bases & par leurs hauteurs, &c.

On peut aussi, à l'imitation de ce problême, trouver un solide semblable & égal à la différence de deux solides semblables donnés, si au lieu d'ajouter ensemble les deux nombres de leur raison, on ôte le plus petit du plus grand, &c.

LEMME.

Si de quatre lignes les trois premieres sont proportionnelles, & que le cube de la troisieme soit égal au solide sous la premiere & le quarré de la quatrieme, ces quatre lignes seront dans une proportion continue. Pl. IV, fig. 21.

Je dis que si des quatre lignes FG, KL, DE, HI, les trois premieres FG, KL, DE sont proportionnelles, & que le solide $FG+\overline{HI}^2$, sous la premiere FG, & le quarré de la quatrieme HI, soit égal au cube de la troisieme DE, ces quatre lignes FG, KL, DE, HI, seront continuellement proportionnelles.

Démonstration.

Démonſtration.

Puiſque, par la ſuppoſition, le ſolide $FG+\overline{HI}^2$ eſt ſuppoſé égal au cube DE, on aura (par 34, 11) cette analogie FG, DE :: $\overline{DE}^2$, $\overline{HI}^2$; & ſi on donne aux deux premiers termes FG, DE, la hauteur commune DE, on aura cette autre analogie FGDE, $\overline{DE}^2$ :: $\overline{DE}^2$, $\overline{HI}^2$; & ſi à la place du plan FG + DE, on met le quarré KL qui lui eſt égal (par 17, 6) à cauſe des trois proportionnelles FG, KL, DE, on aura cette autre analogie $\overline{KL}^2$, $\overline{DE}^2$ :: $\overline{DE}^2$, $\overline{HI}^2$, où l'on voit (par 22, 6) que les trois lignes KL, DL, HI ſont proportionnelles; & parce que les trois lignes FG, KL, DE, ſont auſſi proportionnelles, par la ſuppoſition, il eſt de néceſſité que les quatre FG, KL, DE, HI ſoient continuellement proportionnelles : *ce qu'il falloit démontrer.*

PROBLEME V.

Entre deux lignes données, trouver deux moyennes proportionnelles. Pl. IV, fig. 22.

Ayant porté chacune des deux lignes données sur la ligne des parties égales du compas de proportion, ou sur quelqu'autre ligne divisée en parties égales, pour sçavoir le nombre des parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grande ligne donnée, de part & d'autre, sur la ligne des solides du compas de proportion, à un nombre égal à celui de ses parties égales; & le compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même ligne des solides de côté & d'autre la distance du nombre égal à celui des parties égales de l'autre ligne donnée, pour avoir la plus grande des deux moyennes proportionnelles qu'on cherche, entre laquelle & la plus petite ligne donnée, une moyenne proportionnelle sera la plus petite des deux moyennes qu'on cherche.

Exemple.

Pl. IV, fig. 22. Qu'il faille trouver deux moyennes proportionnelles entre les deux lignes

donnée FG, HI, dont la plus petite FG contienne, par exemple, 20 parties égales, & la plus grande HI en contienne 45. Supposons que les lignes AB, AC soient chacune la ligne des solides du compas de proportion, dont le centre est A; que les points B, C soient chacun le 45e solide, & les points D, E chacun le 20e solide. Appliquez la longueur de la plus grande ligne HI sur la ligne des solides, de part & d'autre, aux points B, C, en sorte que la distance BC, de 45 à 45, soit égale à la plus grande ligne donnée HI, & alors la distance DE, de 20 à 20, sera la plus grande des deux moyennes proportionnelles qu'on cherche, c'est-à-dire, la troisieme des quatre continuellement proportionnelles, dont G est la premiere, & HI la quatrieme; & si entre cette troisieme trouvée DE & la premiere FG, on trouve une moyenne proportionnelle, on aura la seconde.

Démonstration.

Car dans les triangles isosceles semblables ABC, ADE, on a (par 4, 6) cette analogie AB, AD :: BC, DE, ou AB, AD :: HI, DE, à cause de

BC égale à HI par la construction ; c'est pourquoi (par 37, 11) on aura celle-ci, $\overline{AB}^3$, $\overline{AD}^3 :: \overline{HI}^3$, $\overline{DE}^3$; & si à la place des deux premiers termes $\overline{AB}^3$, $\overline{AD}^3$, on met les deux nombres 45, 20, qui sont en même raison, par la construction de la ligne des solides, ou bien si à la place de ces deux nombres 45, 20, on met les deux lignes HI, FG, qui sont aussi en même raison, on aura cette autre analogie HI, FG :: $\overline{HI}^3$, $\overline{DE}^3$; & enfin si aux deux premiers termes HI, FG, considérés comme des hauteurs, on donne la base commune $\overline{HI}^2$, on aura cette derniere analogie $\overline{HI}^3$, FG + $\overline{HI}^2$ :: $\overline{HI}^3$, $\overline{DE}^3$, où l'on voit que le solide FG$\overline{HI}^3$ est égal au cube DE ; d'où il suit, par le lemme précédent, que la ligne DE est la plus grande des deux moyennes proportionnelles qu'on cherche : *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Si les nombres des parties égales des deux lignes données sont trop grands, on se servira de leurs moitiés ou de leurs

tiers, comme il faudroit se servir des doubles ou des triples des deux mêmes nombres, s'ils étoient trop petits.

Or comme l'usage de deux moyennes proportionnelles entre deux lignes données est absolument nécessaire pour la réduction d'un solide en cube, nous ajouterons ici une mérhode facile pour les trouver géométriquement.

PROBLEME VI.

Trouver géométriquement entre deux lignes données deux moyennes proportionnelles. Pl. IV, fig. 23.

Pour trouver deux moyennes proportionnelles entre les deux lignes données AB, AC, divisez l'une de ces deux, comme AC, en deux également, au point D, & lui tirez par ce point D la perpendiculaire DE, égale à la moitié de l'autre ligne donnée AB, pour décrire du centre E par les points A, C, une circonférence de cercle A I F K. Après cela décrivez par le point A sur l'axe A C la parabole F A M, dont le parametre soit AC, & par la section F du cercle & de la parabole, tirez la droite FG perpendiculaire à l'axe AC, & Pl. IV, fig. 23.

les deux lignes AG, FG seront les deux moyennes qu'on cherche, de sorte que les quatre lignes AB, AG, FG, AC seront dans une continuelle proportion.

Démonstration.

Car si on tire le diametre IK perpendiculaire à la ligne FG ou parallele à l'axe AB, les deux lignes LF, LH seront égales entre elles (par 3, 3) ensuite de quoi on connoîtra aisément que la somme des deux lignes FG, GH est égale à la ligne AB.

Cela étant supposé, on considérera que par la propriété de la parabole on a cette analogie, AC, FG :: FG, AG, & que par la propriété du cercle, on a celle-ci CG, GH :: FG, AG. C'est pourquoi on aura celle-ci, AG, CG :: FG, GH, en composant on aura celle-ci AC, AG :: FG, AB, parce que la ligne AB est égale à la somme des deux FG, GH. De cette derniere analogie & de la premiere, il suit que les quatre lignes AB, AG, FG, AC, sont dans une proportion continue : *ce qu'il falloit démontrer.*

Remarque.

Nous avons donné dans notre grand traité d'algebre douze manieres différentes & très-simples pour la solution de ce problême ; mais comme celle-ci me semble la plus facile de toutes, je l'ai rapportée ici préférablement à toutes les autres.

Cependant comme il est incommode de tracer une parabole toutes les fois que l'on veut trouver entre deux lignes données deux moyennes en proportion continue, je veux vous enseigner ici une autre méthode pour la même fin, qui est indépendante du compas de proportion, & que, bien qu'elle soit méchanique, je préfere dans la pratique à toute autre, tant pour la justesse que pour la facilié.

PROBLEME VII.

Trouver ſans le ſecours du compas de proportion & d'une maniere plus facile deux moyennes proportionnelles à deux lignes données. Planche IV, figure 24.

Pour donc trouver entre les deux lignes données AB, AC, deux moyennes en continuelle proportion, l'on en fera le parallelelograme rectangle AB, CD, dont le centre E ſe trouve dans la rencontre des diagonales AD, BC, & l'on décrira de ce centre E une circonférence de cercle de telle grandeur que la ligne droite FG tirée par les deux points F, G, où cette circonférence coupe les deux lignes AB, AC, prolongées autant qu'il en ſera beſoin, paſſe par l'angle droit D; car alors les deux lignes FC, BG ſeront les deux moyennes qu'on cherche; de ſorte que les quatre lignes AB, CF, BG, AC ſeront dans une proportion continue.

Démonſtration.

Si l'on tire du centre E les deux rayons

rayons EG, EF, & les droites EH, EI, perpendiculaires aux deux AB, AC, qu'elles diviseront en deux également aux points H, I, à cause des deux triangles isosceles AEC, AEB, l'on considérera que puisque les deux lignes EF, EG sont égales entre elles, comme étant les rayons d'un même cercle, leurs quarrés seront aussi égaux, & la somme $\overline{EH}^2 + \overline{FH}^2$ sera par conséquent égale à la somme $\overline{GI}^2 + \overline{EI}^2$ (par 47, 1). C'est pourquoi (par 4, 2) la somme $\overline{EH}^2 + \overline{FC}^2 + \overline{CH}^2 + 2HCF$ sera égale à la somme $\overline{EI}^2 + \overline{BI}^2 + \overline{BG}^2 + 2IBG$; & si l'on ôte de la somme $\overline{EH}^2 + \overline{FC}^2 + \overline{CH}^2 + 2HCF$, la somme $\overline{EH}^2 + \overline{CH}^2$, & de la somme $\overline{EI}^2 + \overline{BI}^2 + \overline{BG}^2 + 2IBG$, la somme $\overline{EI}^2 + \overline{BI}^2$, égale à la somme précédente $\overline{EH}^2 + \overline{CH}^2$, chaque somme étant égale au quarré de la moitié de la diagonale BC (par 47, 1), & que l'on change 2HC en AC, & 2BI en AB, l'on connoîtra que la somme $\overline{FC}^2 + ACF$ est égale à la somme $\overline{BG}^2 + ABG$, & (par 3, 2) que le rectangle AFC est égal au rectangle AGB.

D'où l'on tire (par 14, 6) cette analogie AF, AG :: BG, CF, laquelle, en changeant les deux premiers termes AF, AG en ces deux BD, BG, qui sont en même raison (par 4, 6) à cause des deux triangles équiangles FAG, DBG, se changera en celle-ci, BD, BG :: BG, CF, qui fait connoître que les trois lignes BD, BG, CF, ou AC, BG, CF, sont proportionnelles; & si l'on change les deux premiers termes BD, BG de l'analogie précédente, aux deux CF, CD, qui sont en même raison (par 4, 6), à cause des deux triangles équiangles FCD, DBG, l'on aura cette autre analogie, CF, CD :: BG, CF, par où l'on connoît que les trois lignes BG, CF, CD, ou BG, CF, AB, sont aussi proportionnelles, & que par conséquent les quatre AC, BG, CF, AB, sont continuellement proportionnelles : *ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME VIII.

Trouver le côté d'un cube égal au parallelipipede HBC, dans laquelle H signifie sa hauteur, & B, C les dimensions de la base.

Pour cela il faut chercher une moyenne proportionnelle entre les deux dimensions B & C de la base, que nous nommerons M ; ensuite entre cette moyenne M & la hauteur H, il faut chercher deux moyennes proportionnelles P & S : la premiere P sera le côté du cube égal au parallelipipede, c'est-à-dire que PPP = HBC.

Démonstration.

Puisque M est moyenne entre B & C, on aura B, M :: M, C. D'où l'on tire MM = BC, & en multipliant par H, il vient MMH = BCH ; & comme P & S sont moyennes continues entre M & H, nous avons ∴ M, P, S, H : ce qui donne MH = PS ; MS = PP ; d'où l'on tire $MH = \frac{PP}{P} = S$, & $S = \frac{PP}{M}$. Partant $MH = \frac{PP}{P}$, & $MMH = \frac{PPP}{M}$;

d'où l'on voit que PPP=BCH, puisque MMH=BCH : donc la premiere des deux moyennes est le côté du cube que l'on cherche.

CHAPITRE VII.

Usage de la ligne des Métaux.

PROBLEME I.

Etant donné le diametre d'une sphere quelconque faite de l'un des six métaux, par exemple, d'argent, trouver le diametre d'une sphere d'or du même poids.

Il faut prendre le diametre donné, & ouvrir le compas de proportion aux points où est marqué le caractere de l'argent de la grandeur de ce diametre ; & si l'on prend alors l'ouverture qui répond au caractere de l'or, elle sera le diametre que l'on cherche.

Démonstration.

Par la construction de la ligne des métaux, les distances depuis le centre

de la charniere jusqu'aux caracteres de ces métaux, sont des diametres de corps semblables & d'égale pesanteur, qui seroient faits de ces métaux; & comme les ouvertures qui répondent à ces métaux sont en même raison que ces diametres, formant avec eux des triangles semblables, il s'ensuit qu'elles sont aussi des diametres de corps semblables, égaux en pesanteur & faits de ces métaux : donc l'ouverture qui répond au caractere de l'or est le diametre que l'on cherche.

PROBLEME II.

Trouver le rapport spécifique des six métaux, par exemple, de l'argent à l'or.

Il faut prendre sur la ligne des métaux le diametre de l'argent, & le porter à une ouverture des solides, comme, par exemple, au 50e; ensuite, sans changer l'ouverture du compas de proportion, il faut porter le diametre de l'or pris sur la ligne des métaux, ensorte qu'il convienne à quelqu'un des solides, comme il arrive ici à peu-près au 27e solide; c'est ce qui fait voir que la pesanteur spécifique de l'argent est à celle de l'or, comme 27 est à 50, & quelque chose de

plus, à cause que l'ouverture ne s'est point rencontrée précisément au 27e solide.

Démonstration.

Nous sçavons, par la construction de la ligne des métaux, que leurs pesanteurs spécifiques sont en raison réciproque des cubes de leurs diametres marqués sur cette ligne ; & comme on a porté ces diametres à l'ouverture des solides, celui d'argent au 50e, & que celui d'or s'est trouvé convenir au 27e solide, il est clair que ces deux ouvertures formant des triangles semblables avec les diametres des solides 50 & 27, elles seront en même raison ; & comme les cubes de ces diametres sont entre eux en même raison que le 50e & le 27e solides, il est clair encore que les cubes des ouvertures qui répondent à ces deux solides sont aussi dans la même raison qu'eux ; mais les cubes de ces ouvertures, qui sont les diametres de l'argent & de l'or, expriment en raison inverse le rapport de leurs gravités spécifiques : donc le 50e & le 27e solides expriment aussi en raison inverse leurs gravités spécifiques, par conséquent à celle de l'argent & à celle de l'or, comme 27 est à 50.

PROBLEME III.

Ayant un corps fait de l'un des six métaux, comme d'étain, d'un poids, par exemple, de 36 livres, trouver le poids d'un corps d'argent, qui seroit de même volume que celui d'étain.

Pour le trouver, ouvrez le compas de proportion enſorte que ſon ouverture au 36e ſolide ſoit égale au diametre pris ſur la ligne des métaux qui convient à l'argent, & portez enſuite le diametre, qui eſt celui de l'étain, à l'ouverture des ſolides, en remarquant auquel il convient, ſans changer l'ouverture du compas de proportion, qui eſt ici au 50e, & quelque choſe de plus : cela étant, je dis que le poids du corps d'argent de même volume que celui d'étain, qui peſe 36 livres, en peſera 50.

Démonſtration.

Ayant fait voir dans la démonſtration précédente que les ſolides auſquels répondent les diametres des métaux, expriment dans un ordre renverſé le rapport de la peſanteur ſpécifique de ces

métaux; il s'ensuit que le diametre de l'argent étant l'ouverture du 36e corps, & que celui d'étain s'étant trouvé convenir à peu pres au 50e, les pesanteurs ou gravités spécifiques de ces deux corps sont entre elles comme 50 est à 36; & à cause que la pesanteur du corps d'étain est de 36 livres, celle d'argent sera par conséquent de 50 livres.

PROBLEME IV.

Trouver le rapport du poids de deux corps semblables, dont l'un soit, par exemple, d'étain, & l'autre d'argent, leur diametre étant donné.

Pour cela ouvrez le compas de proportion de maniere que l'ouverture des points des caracteres de l'étain soit égale au diametre de la boule d'étain, & sans changer cette ouverture, prenez celle qui répond au signe de l'argent; si elle se trouve plus grande ou plus petite que le diametre de la boule d'argent, cette boule sera plus ou moins pesante que celle d'étain; car par la construction de la ligne des métaux, elle seroit de même poids que celle d'étain, si son diametre étoit égal à cette ouverture:

d'où l'on voit que si l'on porte cette ouverture sur l'ouverture de quelque solide, & qu'ensuite l'on cherche à quel solide convient le diametre du corps d'argent, les solides alors marqueront leur rapport, & par conséquent celui de la boule d'argent à celle d'étain : ceci n'a pas besoin d'être démontré.

PROBLEME V:

Le diametre d'une sphere de cuivre & son poids de dix livres étant donné, trouver le diametre d'une sphere d'or pesant 15 livres.

Il faut chercher une boule d'or égale à celle de cuivre, par le problême I, & ouvrir le compas de proportion au 10e solide de la grandeur de ce diametre; si l'on prend l'ouverture du 15e solide, elle sera le diametre que l'on cherche, comme il est aisé à démontrer.

Remarque.

L'on peut faire sur tous les corps semblables, de quelques métaux qu'ils soient des six, ce que nous avons fait en particulier sur des sphériques, en se servant

de leurs côtés homologues, comme nous nous sommes servis des diametres.

Quant à l'usage de la ligne du poids des boulets, l'on sent assez qu'il faut porter dessus la longueur de leur diametre pour en connoître le poids; il en est de même pour celle du calibre des canons, c'est pourquoi nous ne nous étendrons pas davantage la-dessus.

Fin de l'usage du compas de proportion.

USAGE
DE L'INSTRUMENT
UNIVERSEL.

Cet instrument est appellé *universel*, parce qu'il sert universellement pour toutes les opérations de la géométrie pratique, comme pour mesurer des angles sur la terre ou en l'air, ou bien pour y faire tel angle qu'on voudra : pour tirer des lignes paralleles à des lignes données sur la terre, ou bien pour leur tirer des perpendiculaires : pour mesurer toutes sortes de lignes droites sur la terre avec beaucoup de facilité & une très-grande justesse, sans aucune supputation, & même pour en mesurer plusieurs à la fois sans aucune peine, quand elles sont accessibles d'un côté : pour lever promptement & exactement un plan qui est sur la terre, ou bien pour tracer sur la terre un plan qui est sur le

papier, avec une facilité & une exactitude admirable; comme auſſi pour lever la carte d'un pays, & pluſieurs autres uſages que nous expliquerons dans ce traité, après avoir enſeigné la maniere de le conſtruire.

CONSTRUCTION

De l'inſtrument univerſel.

Pl. V. PREPAREZ en premier lieu le cadre rectangulaire ABCD de laiton, ou de quelqu'autre matiere ſolide, dont la longueur AB ſoit d'environ un pied, & la largeur BC d'environ 8 pouces, & dont chaque regle ſoit à peu près large de ſix lignes, excepté celle qui eſt terminée par les deux lignes paralleles AB, EF, qui doit être un peu plus large, comme de 9 lignes, pour y pouvoir tirer environ par le milieu de ſa largeur, ou un peu plus proche de la ligne EF, une ligne droite parallele aux deux AB, EF, comme IK, qui ſera terminée aux deux points I, K, par les deux lignes prolongées EH, FG. Cette ligne IK, que nous appellerons *ligne de conduite*,

doit être divisé en un certain nombre de parties égales, qui peut être tel que l'on voudra; mais le plus grand est le meilleur, comme, par exemple 400; ce qui se peut faire sans peine sur une longueur de 12 pouces.

On ajoutera aussi aux trois autres regles BC, CD, AD d'autres divisions, qui ne peuvent pas être égales, parce qu'elles doivent marquer les degrés du demi-cercle, dont le centre sera pris au point L, milieu de la ligne de conduite IK.

On ajoutera encore au-dedans du cadre EFGH un parallelogramme rectangle qui soit environ de la même grandeur, & qui se puisse ôter & remettre quand on voudra, afin que ce parallelogramme puisse contenir & resserrer dans l'entre-deux EFGH une feuille de papier que l'on ajoute sur la surface, pour y pouvoir tracer les rayons visuels qui se tirent le long de la ligne de foi d'une alidade, qui est dessus ce papier, & qui est semblable à celle des demi-cercles ordinaires; avec cette différence, que cette alilade doit être non-seulement mobile autour de son centre, mais que ce centre doit être aussi mobile sur la ligne de conduite IK, ensorte qu'il puisse se

mouvoir & s'arrêter à telle division que l'on voudra de la ligne IK, ce que le sieur *Chapotot* a très bien exécuté ; car c'est en cela que consiste la plus grande difficulté de l'instrument.

Outre les pinnules ordinaires qui doivent être aux extrêmités de l'alidade, laquelle ne doit pas être moindre que la diagonale du cadre, ou que la distance des deux points A, C, il y en doit avoir aussi aux deux extrêmités de la ligne de conduite IK, dont les divisions doivent être transportées sur la ligne de foi de l'alidade, pour rendre l'usage de cet instrument aussi commode & aussi universel qu'il est possible, comme vous allez voir dans les problêmes suivans, après que nous aurons dit que cet instrument a, comme les autres, un genouil attaché au-dessous du parallelogramme précédent, avec un pied pour le soutenir, & que ce parallelogramme, qui doit être ajouté avec sa feuille de papier dans l'espace vuide EFGH, peut être de laiton ; mais pour rendre l'instrument moins pesant, j'aimerois mieux le faire de bois de noyer ou de poirier.

PROBLEME I.

Mesurer un angle accessible sur la terre.
Pl. VI, fig. 1.

Pour connoître la quantité de l'angle donné ABC, dont la pointe B est accessible sur la terre, coulez l'alidade de l'instrument universel le long de la ligne de conduite, & l'arrêtez lorsque son centre répondra précisément sur le centre L des degrés; & ayant appliqué le même centre L sur la pointe B de l'angle donné ABC, ensorte que la ligne de conduite BD réponde sur la ligne BC (ce qui arrivera lorsque regardant par les pinnules de la ligne de conduite LD, on verra l'extrêmité C de la ligne BC); tournez l'alidade vers le point A, ensorte que par les pinnules vous voyez ce point A, & alors la ligne de foi montrera sur le bord de l'instrument au point E le nombre des degrés de l'angle proposé ABC, en les comptant depuis D. Pl. VI, fig. 1.

Autrement.

Si les degrés du demi-cercle n'étoient

pas marqués sur l'instrument universel, on ne laisseroit pas de pouvoir connoître la quantité de l'angle proposé ABC, en tirant sur la surface de l'instrument la droite LE le long de la ligne de foi, lorsque l'alidade est tournée vers le point A, sans qu'il soit besoin que son centre soit au milieu L de la ligne de conduite D, & en mesurant avec un rapporteur la quantité de l'angle DLE, qui donnera celle du proposé ABC.

PROBLEME II.

Mesurer un angle inaccessible sur la terre. Pl. VI, fig. 2.

Pl. VI, fig. 2. Proposons l'angle inaccessible BAC, dont chaque ligne AB, AC puisse être vue de loin, autrement on ne pourroit pas mesurer cet angle. Choisissez sur terre deux points commodes comme D, E, qui doivent être proches de l'angle A, autant qu'il sera possible ; ensorte que le point D soit en ligne droite avec la ligne AC, & que pareillement le point E soit en ligne droite avec la ligne AB, & imaginez-vous la ligne droite DE, pour mesurer, par le problême précédent, la quantité des deux angles accessibles

accessibles ADE, AED, dont la somme sera ôtée de 180 degrés, pour avoir au reste la valeur de l'angle proposé A.

Autrement.

Ayant placé l'instrument universel, ensorte que sa ligne de conduite réponde sur la ligne ED, & le centre *e* de l'alidade sur le point E, tournez l'alidade vers le point A, & tirez sur la surface de l'instrument le long de la ligne de foi la droite *e* F. Après cela coulez l'alidade le long de la ligne de conduite, & l'arrêtez au point *d*, éloigné du premier *e*, d'autant de parties égales que la ligne DE aura de toises, ou de pieds; & ayant transporté l'instrument universel à l'autre extrêmité D de la ligne DE, ensorte que le centre *d* de l'alidade réponde sur cette extrêmité D, & la ligne de conduite sur la ligne DE, tournez aussi l'alidade vers le point A, & tirez pareillement sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite *d* G, qui rencontrera la premiere *e* F en quelque point, comme en *a*, & mesurez avec un rapporteur, ou autrement, l'angle *e a d*, qui est égal au proposé B A C.

Remarque.

Vous prendrez garde que le nombre des parties égales de la ligne de foi, qui seront compriſes entre les deux points *d*, *a*, repréſente la longueur de la ligne DA; & que pareillement le nombre des parties égales de la ligne de foi, qui seront comprifes entre les deux points *e*, *a*, le centre de l'alidade étant remis en *e*, donne la longueur de la ligne EA. Ainſi vous voyez que par cette ſeconde méthode on connoît trois choſes à la fois, l'angle A, & les deux lignes AD, AE.

PROBLEME III.

Faire à un point donné d'une ligne donnée ſur la terre, un angle d'autant de degrés que l'on voudra. Pl. VI, fig. 1.

Pl. VI, fig. 1. Qu'il faille tirer au point B de la ligne donnée B C ſur la terre, une ligne qui faſſe avec la même ligne BC, un angle de 50 degrés : par exemple. Ayant avancé le centre de l'alidade de l'inſtrument univerſel au centre L des degrés; & ayant tourné l'alidade enſorte que la ligne de foi L E ſoit au

point E, de 50 degrés, en les comptant depuis D; appliquez l'instrument ensorte que le centre L réponde perpendiculairement sur le point donné B, & la ligne de conduite LD sur la ligne donnée BC, & faites planter un piquet sur terre en ligne droite avec la ligne de foi LE, comme en A; alors imaginant sur terre la ligne droite AB, on aura l'angle ABC de 50 degrés, comme il étoit proposé.

PROBLEME IV.

Diviser un angle donné, inaccessible sur la terre, en deux également. Planche VI, figure 2.

Pour diviser en deux également l'angle donné inaccessible sur la terre BAC, c'est-à-dire, pour tirer sur terre une ligne droite, laquelle étant prolongée divise cet angle donné BAC en deux angles égaux; choisissez sur terre deux points autant proches qu'il sera possible de l'angle A, comme D, E, ensorte que le point D soit en ligne droite avec la ligne AC, & le point E en ligne droite avec l'autre ligne AB de l'angle donné BAC, & mesurez exacte- Pl. VI, fig. 2.

ment la distance DE, qui soit, par exemple, de 200 pieds.

Cette préparation étant faite, arrêtez l'alidade de l'instrument universel en quelque point de la ligne de conduite, comme en *e*; & ayant appliqué l'instrument en telle sorte que ce point *e* réponde perpendiculairement sur le point E, & la ligne de conduite sur la ligne DE, tournez l'alidade vers le point A, & tirez sur la surface de l'instrument le long de la ligne de foi la droite *e* F. Après cela comptez sur la ligne de conduite 200 parties égales depuis *e* en *d*, pour les 200 pieds de la ligne DE; & ayant posé le centre de l'alidade au point *d*, appliquez de nouveau l'instrument universel, enforte que ce point *d* réponde sur le point D, & la ligne de conduite *d e* sur la ligne DE, & tournez l'alidade vers le point A, pour tirer, comme auparavant, sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite *d* G, qui coupera la premiere *e* F en quelque point, comme en *a*, où se fait la représentation de l'angle donné A.

Enfin divisez en deux également l'angle *e a d* par la droite *a h*; & ayant pris sur la ligne D E la partie D H,

d'autant de pieds que la partie *dh* contiendra de parties égales de la ligne de conduite, & ayant avancé le centre de l'alidade sur le point *h*, appliquez pour une troisieme fois l'instrument universel, ensorte que ce point *h* réponde sur le point H, & la ligne de conduite *de* sur la ligne DE, & tournez l'alidade vers le même point A, ensorte que la ligne de foi couvre précisément la ligne *ha*; alors si vous faites planter sur terre plusieurs piquets qui soient en ligne droite avec la ligne de foi de l'alidade, ces piquets feront sur terre une ligne droite, laquelle étant prolongée divisera l'angle proposé BAC en deux également.

Remarque.

Si au lieu de diviser l'angle *ead* en deux également, on le divisoit en trois par deux lignes tirées de l'angle *a*, & que l'on travaillât pour chaque ligne comme nous avons fait pour la ligne *ah*, on diviseroit l'angle proposé BAC en trois parties égales. Ainsi on voit que par cette méthode on peut diviser un angle inaccessible sur la terre en autant de parties égales qu'on voudra.

PROBLEME V.

Diviſer une ligne donnée inacceſſible ſur la terre en deux également. Planche VI, figure 3.

Pl. VI, fig. 3. Pour diviſer en deux parties égales la ligne donnée AB, inacceſſible ſur la terre, choiſiſſez à volonté deux points commodes ſur la terre, comme D, E, qui doivent être autant proches de la ligne propoſée AB qu'il ſera poſſible, & dont la diſtance D E doit être connue exactement : nous la ſuppoſerons ici de 200 pieds.

Cette préparation étant faite, arrêtez le centre de l'alidade de l'inſtrument univerſel en quelque point commode de la ligne de conduite, comme en *d*, & ayant appliqué l'inſtrument en telle ſorte que ce point *d* réponde ſur l'extrêmité D de la ligne DE, & la ligne de conduite ſur la même ligne DE, tournez l'alidade ſucceſſivement vers les extrêmités A, B de la ligne donnée AB, & tirez ſur la ſurface de l'inſtrument le long de la ligne de foi, les droites *d* F, *d* G.

Après cela prenez ſur la ligne de conduite, depuis *d* en *e* 200 parties égales

pour les 200 pieds de la ligne DE; & ayant appliqué l'instrument universel ensorte que ce point *e* réponde sur l'autre extrêmité E de la ligne DE, & la ligne de conduite *de* sur la même ligne DE; & ayant arrêté le centre de l'alidade au même point *e*, tournez comme auparavant l'alidade vers les extrêmités A, B de la ligne donnée AB, & tirez sur la surface de l'instrument le long de la ligne de foi les droites *e*H, *e*I, qui couperont les deux premieres DF, DG en deux points, comme *a*, *b*, par où vous tirerez la droite *ab*, que vous diviserez en deux également au point *o*.

Enfin tournez l'alidade, dont le centre doit toujours demeurer en *e*, vers le point *o*, ensorte que la ligne de foi soit sur ce point *o*, & faites planter sur terre plusieurs piquets en ligne droite avec la ligne de foi; ces piquets feront sur terre une ligne droite, laquelle étant prolongée divisera la ligne proposé AB en deux parties égales.

Remarque.

Le nombre des parties égales de la ligne de foi qui se trouvent comprises entre les points *e*, *o*, représentant la dif-

tance du point E au point O, milieu de la ligne AB, on voit aisément que si on prend sur terre en ligne droite avec la ligne de foi, la ligne EO, d'autant de pieds que la ligne *e o* comprendra de parties égales, lorsque cela sera possible, on aura en O le point de milieu de la ligne proposée AB.

Si au lieu de diviser la ligne *a b* en deux également, on la divisoit en trois parties égales, par exemple, par deux points marqués entre ses deux extrêmités *a*, *b*, & que l'on travaillât pour chaque point comme nous avons fait pour le point *o*, on diviseroit la ligne proposée AB en trois parties égales. Ainsi vous voyez que par cette méthode on peut diviser une ligne donnée inaccessible sur la terre en autant de parties égales que l'on voudra, sans la connoître.

PROBLEME VI.

Retrancher d'une ligne donnée inacceſſible ſur la terre une partie d'une grandeur donnée. Pl. VI, fig. 3.

Qu'il faille retrancher de la ligne donnée AB, inacceſſible ſur la terre, depuis A vers B, une partie qui ſoit, par exemple, de 50 pieds. Ayant choiſi, comme auparavant, deux points commodes ſur la terre, comme D, E, dont la diſtance DE ſera ſuppoſée de 200 pieds; & ayant arrêté le centre de l'alidade d'un inſtrument univerſel en quelque point de la ligne de conduite, comme en *d*, appliquez l'inſtrument enſorte que le point *d* réponde ſur l'extrêmité D de la ligne DE, & la ligne de conduite ſur la même ligne DE, tournez l'alidade vers les extrêmités A, B de la ligne donnée AB, pour tirer ſur la ſurface de l'inſtrument, le long de la ligne de foi, les rayons viſuels *d*F, *d*G. Pl. VI, fig. 3.

Après cela avancez le centre de l'alidade de 200 parties égales, que vous compterez ſur la ligne de conduite depuis *d* en *e*, pour les 200 pieds de la

Pl. VI, fig. 3. ligne DE, & ayant arrêté le centre de l'alidade au point *e*, & l'instrument universel étant appliqué en telle sorte que ce point *e* réponde sur l'autre extrêmité E, de la ligne DE, & la ligne de conduite *de* sur la même ligne DE, tournez l'alidade vers les mêmes extrêmités A, B, de la ligne donnée AB, pour tirer pareillement sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les rayons visuels *e*H, *e*I, qui rencontreront les premiers *d*F, *d*G, en *a* & en *b*, par où vous tirerez la droite *ab*, qui représentera la ligne donnée AB sur la terre.

Cela étant fait, retranchez de la ligne *ab* la partie *ao* de 50 parties égales prises sur la ligne de conduite *de*, pour les 50 pieds que l'on veut retrancher de la ligne proposée AB; & ayant tourné l'alidade vers le point *o*, ensorte que la ligne de foi tombe précisément sur ce point *o*, faites planter sur terre plusieurs piquets qui soient en ligne droite avec la ligne de foi, & ces piquets feront une ligne droite, laquelle étant prolongée retranchera de la ligne donnée AB la partie AO de 50 pieds, comme il étoit proposé.

Remarque.

Lorsque la ligne donnée AB, sera accessible entre ses deux extrêmités A, B, on pourra trouver le point O, éloigné de son extrêmité A de 50 pieds, en comptant depuis E jusqu'à O, autant de pieds que la ligne *e o* comprendra de parties égales de la ligne de foi. Pl. VI, fig. 3.

Si on vouloit retrancher de la ligne proposée A B, plusieurs parties d'une grandeur donnée, il n'y auroit qu'à retrancher de la ligne *ab* autant de parties égales prises sur la ligne de conduite *d e*, & travailler comme auparavant.

Probleme VII.

Prolonger une ligne donnée sur la terre, quand il y a quelque empêchement. Pl. VI, fig. 4.

Il seroit facile par la vue de prolonger la ligne donnée AB sur la terre au-delà du point B, si la muraille FD ne servoit d'obstacle. Dans ce cas, il suffira de trouver au-delà de la muraille FD deux points comme E, H, qui soient en ligne droite avec la ligne pro- Pl. VI, fig. 4.

Pl. VI, fig. 4. posée AB ; car ainsi on pourra prolonger à la vue la droite EH, & par conséquent la ligne AB, aussi loin que l'on voudra.

Nous avons déja résolu ce problême dans notre géométrie pratique, par le moyen du demi-cercle, ce que nous pourrions faire de même ici, parce que les degrés du demi cercle sont aussi marqués sur notre instrument universel : mais nous le résoudrons autrement & plus facilement par le moyen des parties égales qui sont marquées sur la ligne de conduite & sur l'alidade, soit que la ligne proposée AB soit accessible ou inaccessible, en cette sorte.

Ayant pris, comme dans les deux problêmes précédens, deux points à volonté sur terre, comme M, N, dont la distance MN soit, par exemple, de 200 pieds, & ayant arrêté le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque point de sa ligne de conduite, comme en *m* ; appliquez l'instrument en sorte que ce point *m* réponde sur l'extrêmité M de la ligne MN, & la ligne de conduite sur la même ligne MN, & tournez l'alidade vers deux points commodes de la ligne AB, comme vers les points A & B, pour tirer sur la surface de l'instru-

ment le long de la ligne de foi les deux rayons visuels *m* I, *m* K. Pl. VI, fig. 4.

Après cela, portez le centre de l'alidade depuis *m* en *n*, la partie *m n* de la ligne de conduite étant de 200 parties égales pour les 200 pieds de la ligne MN; & ayant appliqué l'instrument universel ensorte que le point *n* réponde perpendiculairement sur l'autre extrêmité N de la ligne MN, & la ligne de conduite *m n* sur la même ligne M N, tournez l'alidade vers les mêmes points A, B, pour tirer pareillement sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les deux autres rayons visuels *n* L, *n* P, qui couperont les deux premiers *m* I, *m* K en deux points, comme *a*, *b*, par où vous menerez la droite *a b*, que vous prolongerez au-delà de *b* autant qu'il vous plaira.

Après cela, choisissez sur la ligne *a b* prolongée deux points à discrétion un peu éloignés entre eux, comme *e*, *h*; & ayant avancé l'alidade vers *e*, ensorte que la ligne de foi couvre ce point *e*, comptez en ligne droite depuis N jusqu'en E, autant de pieds que la ligne *n e* contiendra de parties égales de la ligne de foi; & ayant de la même façon avancé l'alidade en *h*, ensorte que la li-

Pl. VI, fig. 4. gne de foi tombe précisément sur ce point *h*, comptez en ligne droite depuis N en H, autant de pieds que la partie *n h* contiendra de parties égales de la ligne de foi ; & les deux points E, H seront en ligne droite avec la ligne proposée AB.

PROBLEME VIII.

Tirer par un point donné sur la terre à une ligne donnée accessible d'un côté, une parallele. Pl. VI, fig. 5.

Pl. VI, fig. 5. Que la ligne donnée soit AB accessible vers A, & que le point donné soit C, par lequel il faille tirer à la ligne donnée AB une parallele. Imaginez-vous une ligne droite tirée sur la terre par le point donné C, & par l'extrémité accessible A de la ligne AB. Mesurez (par Probl. I,) l'angle BAC, & faites (par probl. II,) au point donné C, l'angle FCG, égal au précédent BAG, par la ligne CF, qui sera parallele à la proposée AB.

Autrement.

Ayant arrêté le centre de l'alidade de

l'inſtrument univerſel en quelque point de la ligne de conduite, comme en D, & l'inſtrument étant appliqué en telle ſorte que ce point D réponde perpendiculairement à l'extrêmité A de la ligne donnée AB, & la ligne de conduite ſur la ligne AC, tournez l'alidade vers le point B, enſorte que par les pinnules vous voyez ce point B, qui eſt l'autre extrêmité de la ligne donnée AB, & laiſſez l'alidade dans cette ſituation : ou bien, parce qu'elle pourroit varier, tirez pour une plus grande ſûreté ſur la ſurface de l'inſtrument, le long de la ligne de foi, la droite DE. Pl. VI, fig. 5.

Après cela appliquez de nouveau l'inſtrument univerſel, enſorte que le point D réponde perpendiculairement ſur le point donné C, & la ligne de conduite ſur la ligne AC, & faites planter ſur terre quelques piquets qui ſoient en ligne droite avec la ligne de foi de l'alidade arrêtée ſur la ligne DE, & ces piquets feront ſur terre une ligne droite CF, qui ſera parallele à la ligne donnée AB.

Remarque.

Si la ligne donnée AB étoit entiérement acceſſible, au lieu de tirer du point

Pl. VI, fig. 5. donné C, par l'extrêmité A, une ligne droite, on la pourroit tirer du même point donné C, par tel autre point que l'on voudroit de la ligne donnée AB, selon qu'il sembleroit plus commode, & travailler, comme il vient d'être enseigné, en prenant cet autre point pour le point A.

PROBLEME IX.

Tirer par un point donné sur la terre à une ligne donnée inaccessible, une parallele. Pl. VI, fig. 6.

Pl. VI, fig. 6. Que la ligne donnée inaccessible soit AB, & que le point donné soit C, par lequel il lui faille tirer une parallele. Prenez à discrétion un point sur terre, comme D, par lequel & par le point donné C, il faut imaginer la ligne droite CD, & en mesurer exactement la grandeur, que nous supposerons de 100 pieds.

Cette préparation étant faite, arrêtez le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque point de la ligne de conduite, comme en *d*, & l'instrument universel étant appliqué en telle sorte que le centre *d* réponde sur le point

D, & la ligne de conduite sur la ligne CD, tournez l'alidade vers les extrêmités A, B de la ligne donnée AB, & tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les droites *d*E, *d*F. Pl. VI, fig. 6.

Après cela, transportez l'instrument vers le point donné C, & le centre de l'alidade, qui étoit en *d*, étant avancé en *c* de 100 parties égales de la ligne de conduite, pour les 100 pieds que nous avons donnés à la ligne CD, appliquez l'instrument ensorte que le point *c* réponde sur le point donné C, & la ligne de conduite *c d* sur la ligne CD, & l'alidade étant pareillement tournée vers les mêmes extrêmités A, B de la ligne donnée AB, tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les droites *c*L, *c*M, qui rencontreront les deux premieres *d*E, *d*F en deux points, comme *a*, *b* que vous joindrez si vous voulez par la droite *a b*.

Enfin faites planter sur terre plusieurs piquets qui soient en ligne droite avec les deux points *a*, *b*, & ces piquets feront la ligne droite GH, qui sera parallele à la ligne donnée AB, & elle seroit celle qu'on cherche, si elle passoit par le point donné C; & comme elle

Pl. VI, fig. 6. n'en sera pas beaucoup éloignée, il ne sera pas difficile de tirer par ce point C la droite IK, parallele à la ligne GH; car ainsi elle sera aussi parallele à la ligne proposée AB.

PROBLEME X.

Tirer par un point donné sur une ligne donnée accessible sur la terre, une perpendiculaire. Pl. VII, fig. 7.

Pl. VII, fig. 7. Que la ligne donnée soit AB, & qu'il lui faille tirer par le point donné C une perpendiculaire. Faites (par Probl. III,) au point donné C, avec la ligne donnée AB, un angle de 90 degrés, par la droite CD, qui sera perpendiculaire à la proposée AB.

PROBLEME XI.

Tirer par un point donné hors d'une ligne donnée accessible sur la terre, une perpendiculaire. Pl. VII, fig. 7.

Pl. VII, fig. 7. Que la ligne donnée soit AB, & le point donné E, hors de cette ligne, par lequel il lui faille tirer une perpendiculaire. Ayant pris à discrétion un

point comme C sur la ligne donnée AB, tirez-lui (par Probl. X,) par ce point C la perpendiculaire indéfinie CD (par Probl. VIII,) tirez par le point donné E la droite EH, parallele à la ligne CD, & cette droite EH sera perpendiculaire à la proposée AB. Pl. VII, fig. 7.

PROBLEME XII.

Tirer par un point donné hors d'une ligne donnée inaccessible sur la terre, une perpendiculaire. Pl. VII, fig. 7.

Que la ligne donnée inaccessible soit AB, & qu'il lui faille tirer par le point donné E une perpendiculaire. Tirez (par Probl. IX,) par le point donné E la droite FG, parallele à la ligne donnée AB, & (par Probl. X,) tirez par le même point donné E la droite EH, perpendiculaire à la parallele FG, & cette droite EH sera aussi perpendiculaire à la ligne proposée AB. Pl. VII, fig. 7.

Autrement.

Choisissez sur terre un point commode, comme C, autant proche qu'il sera possible de la ligne donnée AB, & éloi- Pl. VII, fig. 8.

Pl. VII, fig. 8. gné considérablement du point donné E ; comme de cent toises, ensorte que la ligne CE soit de cette longueur, & arrêtez le centre de l'alidade de l'instrument universel en un point commode de la ligne de conduite, comme en *c*, pour appliquer en premier lieu l'instrument universel, ensorte que ce point *c* réponde perpendiculairement au point C, pris à discrétion sur la terre, & sa ligne de conduite sur la ligne CE. Après on tournera l'alidade vers les extrêmités A B de la ligne donnée AB, & on tirera sur la surface de l'instrument le long de la ligne de foi, les rayons visuels *c*F, *c*G.

Après cela retirez le centre de l'alidade de 100 parties égales de la ligne de conduite, pour les 100 toises de la ligne CE, depuis *c* en *e*, & appliquez de nouveau l'instrument en telle sorte que le point *e* réponde sur le point donné E, & la ligne de conduite *c e* sur la ligne CE, afin que l'alidade étant tournée vers les mêmes extrêmités A, B de la ligne donnée AB, on puisse tirer sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les rayons visuels *e*H, *e*I, qui couperont les premiers *c*F, *c*G en deux points, comme *a*, *b*, par où vous irerez la droite *a b*.

Enfin tirez du point *e* la droite *e* D perpendiculaire à la ligne *ab*, & l'alidade étant avancée sur le point D, ensorte que la ligne de foi soit préciſément sur la ligne *e* D, faites planter sur terre quelques piquets qui soient en ligne droite avec la ligne *e* D ou avec la ligne de foi, & ces piquets feront sur terre la ligne droite EK perpendiculaire à la proposée AB. Pl. VII, fig. 8.

PROBLEME XIII.

Meſurer une ligne sur la terre, acceſſible des deux côtés. Pl. VII, fig. 9.

Si la ligne AB, que je suppoſe acceſſible en A & en B, se pouvoit toute parcourir, il seroit facile de la meſurer avec un cordeau ou avec une chaîne. Mais si on ne peut pas la parcourir entiérement, à cauſe de quelque précipice, ou de quelqu'autre empêchement qui se rencontreroit entre ses deux extrêmités A, B, alors on la pourra meſurer avec l'inſtrument univerſel en cette sorte. Pl. VII, fig. 9.

Ayant choiſi sur terre un point à volonté, comme C, meſurez avec la chaîne, ou autrement, la quantité des deux

Pl. VII, fig. 9.

lignes CA, CB. Nous supposerons la ligne C A de 100 pieds, & la ligne C B de 120, & parce que ces deux lignes sont presque égales, il sera bon d'arrêter le centre de l'alidade de l'instrument universel environ au milieu de la ligne de conduite, comme, par exemple, au point *c*.

Cette préparation étant faite, appliquez l'instrument universel comme il vous plaira, pourvu que néanmoins le point *c* réponde perpendiculairement au point C ; & ayant tourné l'alidade vers le point A, tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite *c a*, longue de 100 parties égales de la ligne de foi pour les 100 pieds de la ligne CA.

Tournez aussi l'instrument vers le point B, sans en changer la situation, & tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite *cb*, longue de 120 parties égales de la ligne de foi, pour les 120 pieds de la ligne C B. Après quoi si vous portez avec un compas, ou autrement, la distance des deux points *a*, *b* sur les parties égales de la ligne de foi, ou bien de la ligne de conduite, vous y trouverez le nombre des pieds de la ligne proposée AB.

PROBLEME XIV.

Mesurer une ligne sur la terre accessible d'un côté. Pl. VI, fig. 5.

Pour mesurer sur terre la ligne AB, que je suppose accessible vers A, choisissez à volonté un point sur la terre un peu éloigné du point A, plus ou moins, selon la longueur de la ligne donnée AB, mais il vaudra mieux le prendre un peu plus éloigné que trop proche, pour empêcher que les rayons visuels ne se coupent trop obliquement sur la surface de l'instrument universel, comme H, & mesurez exactement la ligne AH, que nous supposerons de 200 pieds. Pl. VI, fig. 5.

Cette préparation étant faite, arrêtez le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque point de la ligne de conduite, comme en D, & appliquez l'instrument en telle sorte que ce point D réponde sur l'extrêmité A de la ligne donnée AB, & la ligne de conduite sur la ligne AH, après quoi l'alidade étant tournée vers l'autre extrêmité B, de la ligne donnée AB, vous tirerez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite DE.

Pl. VI, fig. 5. Après cela, avancez le centre de l'alidade de 200 parties égales de la ligne de conduite, pour les 200 pieds de la ligne AH, depuis D en I, & l'instrument étant appliqué ensorte que le point I réponde sur le point H, & la ligne de conduite DI, sur la ligne AH, tournez l'alidade vers la même extrêmité B de la ligne donnée AB, & tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite HL qui coupera la premiere DE en quelque point, comme en K.

Enfin portez la longueur de la ligne DK sur la ligne de conduite DI, pour sçavoir le nombre des parties égales qu'elle comprendra, & ce nombre donnera celui des pieds de la ligne donnée AB. Ou bien remettez le centre de l'alidade au point D: & l'alidade étant tournée vers le point B, ensorte que la ligne de foi tombe préciſément sur la ligne DE, le point K vous montrera sur les parties égales de la ligne de foi, le nombre des pieds de la ligne propoſée AB, parce que cette ligne AB se trouve repréſentée sur la surface de l'instrument par la ligne DK.

PROBLÉME

PROBLEME XV.

Mesurer une ligne inaccessible sur la terre.
Pl. VII, fig. 8.

Pour mesurer sur terre la ligne inaccessible AB, choisissez à volonté deux points éloignés entr'eux autant que vous pourrez, & autant proches de la ligne à mesurer AB qu'il vous sera possible, afin que les rayons visuels se coupent moins obliquement, & de peur que leurs intersections ne se fassent hors du plan de l'instrument universel: comme C, E, dont la distance CE doit être exactement connue, comme de 200 toises; & ayant arrêté le centre de l'alidade de l'instrument universel en un point commode de la ligne de conduite, comme en *c*, appliquez l'instrument en telle sorte que le point *c* réponde perpendiculairement sur le point C, & la ligne de conduite sur la ligne CE, & ayant tourné l'alidade vers les deux extrêmités A, B de la ligne à mesurer AB, tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les deux rayons visuels *c*F, *c*G. Pl. VII, fig. 8.

Après cela, faites une seconde sta-

Pl. VII, fig. 8. tion, mais auparavant avancez le centre de l'alidade de 200 parties égales de la ligne de conduite, pour les 200 toises de la ligne CE, depuis *c* en *e*, pour appliquer de nouveau l'instrument universel, en telle sorte que le point *e* réponde sur le point E, & la ligne de conduite *e c* sur la ligne EC, après quoi l'alidade étant pareillement tournée vers les mêmes extrêmités A, B de la ligne donnée AB, on tirera sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les deux rayons visuels *e* H, *e* I, qui couperont les deux premiers *c*F, *c*G en deux points, comme *a*, *b*, dont la distance *a b* étant portée sur la ligne de conduite, donnera, dans le nombre des parties égales qu'elle comprendra, le nombre des toises de la ligne proposée AB.

Remarque.

En appliquant l'alidade sur les lignes *e a*, *e b*, on trouve sur les divisions de la ligne de foi, la quantité des lignes EA, EB; de même en appliquant l'alidade sur les lignes *c a*, *c b*, on trouve sur les mêmes divisions de la ligne de foi la quantité des lignes CA, CB. Ainsi vous voyez que par cette maniere

on peut mesurer sur terre plusieurs lignes à la fois. Pl. VII, fig. 8.

Si la ligne à mesurer étoit plus longue, comme AK, il faudroit prendre sur terre la ligne CE aussi plus grande à proportion, pour éviter la trop grande obliquité des rayons visuels, & pour empêcher qu'ils ne se coupent hors de la surface de l'instrument universel.

Or comme dans ce cas il pourroit arriver que la ligne CE contiendroit plus de pieds ou de toises, que la ligne de conduite *c e* ne contiendroit de parties, ou que le point *e* de la seconde station se trouveroit trop proche de l'extrêmité de la ligne de conduite, ce qui pourroit empêcher les rayons visuels de s'entrecouper sur la surface de l'instrument; il vaudra mieux mesurer la grande ligne AK en deux fois, sçavoir, en mesurant séparément les parties AB, BK. Voilà ce que nous croyons le plus commode dans la pratique, laissant à chacun la liberté de travailler comme il entendra.

Si de chacun des deux points de station C, E, on ne pouvoit pas voir les deux extrêmités A, B de la ligne à mesurer AB; comme si du point C on ne pouvoit voir que l'extrêmité A, & que du

Pl. VII, fig. 8. point E, on ne pût voir que l'autre extrêmité B, alors on mesurera (par Probl. XIV) les lignes CA, EB; & ayant pris la ligne *ca* d'autant de parties égales de la ligne de foi que la ligne CA contiendra de toises, & pareillement la ligne *eb* d'autant de parties égales de la ligne de foi que la ligne EB contiendra de toises, on aura, comme auparavant, les deux points *a b*, dont la distance étant portée sur la ligne de conduite ou sur la ligne de foi, fera connoître, dans le nombre des parties égales qu'elle comprendra, la quantité de la ligne proposée AB.

Pl. VII, fig. 10. Lorsqu'il sera permis de faire une station en ligne droite avec la ligne à mesurer AB, comme en C, on pourra mesurer cette ligne inaccessible AB plus facilement en cette sorte.

Ayant arrêté le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque lieu de la ligne de conduite, comme en *c*, & ayant choisi sur terre un point à volonté, comme D, éloigné du point C d'une quantité considérable & proportionnée à la longueur de toute la ligne CB, comme de 200 toises; appliquez l'instrument universel enforte que le point *c* réponde perpendiculairement sur le point

C, & la ligne de conduite sur la ligne CD ; & ayant tourné l'alidade vers le point B, ensorte que par les pinnules on voie tout le long de la ligne proposée AB, tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite CE. Pl. VII, fig. 10.

Après cela transportez votre instrument vers D, après avoir avancé le centre de l'alidade de 200 parties égales de la ligne de conduite, depuis *c* en *d*, pour les 200 toises de la ligne CD, & appliquez l'instrument en telle sorte que le point *d* réponde sur le point D, & la ligne de conduite sur la ligne CD, afin que l'alidade étant tournée vers les deux extrêmités A, B de la ligne à mesurer AB, vous tiriez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, les droites *d*F, *d*G, qui rencontreront la premiere *c*E en deux points, comme *a*, *b*, dont la distance *a b* étant portée sur la ligne de conduite *c d*, fera connoître, par le nombre des parties égales qu'elle comprendra, le nombre des toises de la ligne proposée AB.

PROBLEME XVI.

Mesurer sur la terre une ligne accessible inclinée à l'horison. Pl. VII, fig. 11.

Pl. VII, fig. 11. La ligne AB représente le penchant d'une colline, & on la suppose accessible vers A, ensorte que quand on aura fait vis-à-vis deux stations aux points C, D, dont le premier C doit être un peu éloigné de la ligne à mesurer AB, & le second D, autant proche de la même ligne donnée AB qu'il sera possible, on puisse mesurer avec la chaîne, ou autrement, les lignes CA, DA, dont la premiere CA sera supposée de 200 toises, & la seconde DA de 10, pour avoir CD de 190.

Cette préparation étant faite, arrêtez le centre de l'alidade de l'instrument universel en un point commode de la ligne de conduite, comme en *d*, & l'instrument étant appliqué en telle sorte que ce point *d* réponde sur le point D, & la ligne de conduite sur la ligne CDA, & de plus que l'instrument soit élevé à angles droits sur l'horison, & l'alidade étant tournée vers l'extrêmité B de la ligne à mesurer AB, tirez sur la surface

de l'instrument, le long de la ligne de foi, le rayon visuel *d*E. Pl. VII, fig. 11.

Après cela avancez le centre de l'alidade de 190 parties égales, depuis *d* en *c*, pour les 190 toises de la ligne CD, & le centre de l'alidade étant arrêté en *c*, appliquez de nouveau l'instrument universel, enforte que ce point *c* réponde sur le point C, & la ligne de conduite sur la ligne CD, & de plus que l'instrument soit élevé à plomb sur le plan de l'horison, parce que la ligne CDA est supposée horisontale, c'est-à-dire parallele à l'horison, afin que l'alidade étant tournée vers la même extrêmité B de la ligne à mesurer AB, on tire sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, le rayon visuel *c*F, qui rencontrera le premier *d*F en quelque point, comme en *b*.

Enfin, prenez sur la ligne de conduite *cd* la ligne *da* de dix parties égales, pour les 10 toises de la ligne DA, & transportez la distance des deux points *a*, *b* sur la même ligne de conduite *cd*, pour avoir, dans le nombre des parties égales qu'elle comprendra, le nombre des toises de la ligne proposée AB.

Remarque.

Pl. VII, fig. 11. Lorsque la ligne des stations CD sera horisontale, comme dans cette figure, la ligne de conduite doit être dans chaque station parallele à l'horison, afin qu'elle soit aussi parallele à la ligne CD, ce qui doit toujours être ainsi.

Si la ligne à mesurer AB étoit inaccessible, ce qui empêcheroit de pouvoir connoître avec la chaîne la quantité des lignes CA, DA, il faudroit mesurer ces lignes CA, DA, comme il a été enseigné au Probl. XIV, pour achever le reste comme il vient d'être dit.

PROBLEME XVII.

Mesurer une hauteur accessible. Pl. VIII, figure 12.

Pl. VIII, fig. 12. Pour mesurer la hauteur AB, que je suppose accessible, & dans un terrein égal & parallele à l'horison, faites sur ce terrein une station en quelque lieu commode un peu éloigné de la hauteur AB, comme C, & mesurez avec un cordeau ou autrement la ligne BC, que nous supposerons de 200 pieds.

Cette

Cette préparation étant faite, arrêtez le centre de l'alidade de l'inſtrument univerſel au point *c*, éloigné de l'extrêmité *b* de la ligne de conduite *c b* de 200 parties égales, pour les 200 pieds de la ligne BC, & appliquez l'inſtrument enſorte que le point *c* réponde ſur le point C, & la ligne de conduite *c b* ſur la ligne CB, & de plus que le plan de l'inſtrument ſoit perpendiculaire à l'horiſon, & la ligne de conduite *c b*, parallele au même horiſon, & par conſéquent à la ligne CB, qui eſt ſuppoſée auſſi parallele à l'horiſon. Pl. VIII, fig. 12.

Après cela, l'alidade étant tournée vers le ſommet A, enſorte que par les pinnules vous voyiez ce ſommet A, tirez ſur la ſurface de l'inſtrument, le long de la ligne de foi, la droite *c a* qui donnera le point *a* ſur le côté perpendiculaire de l'inſtrument, & portez la ligne *b a* ſur la ligne *c b*, pour connoître le nombre des parties égales de cette ligne *b a*, & ce nombre fera connoître la hauteur AB qu'on cherche.

Remarque.

Pour faire que cette méthode réuſſiſſe toujours, il faut être éloigné de la hau-

Pl. VIII, fig. 12. teur AB, d'une quantité un peu plus grande que cette hauteur, c'eſt-à-dire, que la ligne BC doit être plus grande que la hauteur AB; autrement la ligne *ca* ne couperoit le côté perpendiculaire *b*D qu'au dehors de l'inſtrument, de ſorte qu'on ne pourroit pas avoir le point *a*, ce qui empêcheroit de pouvoir connoître ſans calcul la hauteur AB.

Si la ligne BC n'étoit pas horiſontale, enſorte que l'angle ABC ne fût pas droit, la méthode précédente ne pourroit plus ſervir, & alors il faudroit meſurer la hauteur AB, en faiſant deux ſtations, par une méthode tout-à-fait ſemblable à celle dont nous nous ſommes ſervi au Problême XVI, pour meſurer une ligne inclinée.

PROBLEME XVIII.

Meſurer une hauteur inacceſſible. Planche VIII, fig. 13.

Pl. VIII, fig. 13. Quoique la hauteur AB ſoit inacceſſible, néanmoins ſi ſa baſe B eſt viſible, & que le terrein ſur lequel on fait ſa ſtation en quelque point commode, comme en D, ſoit au niveau de la baſe B, enſorte que l'angle ABD ſoit droit,

on pourra mesurer cette hauteur AB comme si elle étoit accessible, parce que la ligne BD se pourra mesurer (par Probl. XIV), & la hauteur AB (par Probl. XVII). Pl. VIII, fig. 13.

Mais si la base B de la hauteur à mesurer AB, n'est pas visible, comme si le point A représentoit le sommet d'une montage, ou d'une tour environnée de maisons, alors on ne pourra pas mesurer la ligne DB par les méthodes précédentes, parce que son extrêmité B ne sera pas visible, & on aura besoin de deux stations qui soient en ligne droite & au niveau de la base B, pour mesurer la hauteur AB en cette sorte.

Ayant arrêté le centre de l'alidade de l'instrument universel en quelque lieu commode de la ligne de conduite, comme en *c*, & ayant choisi sur le niveau de la campagne deux points qui soient en ligne droite avec la base B de la hauteur à mesurer AB, (ce qui sera facile, bien que cette base B ne soit pas visible) comme C, D, qui doivent être un peu éloignés entr'eux, comme de 200 pieds, plus ou moins, selon que la hauteur AB sera plus grande ou plus petite élevez à plomb l'instrument universel, ensorte que le point *c* réponde perpen-

Pl. VIII, fig. 13. diculairement sur le point C, & que la ligne de conduite soit parallele à la ligne BC, & l'alidade étant tournée vers le sommet A, tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la la droite CE.

Après cela avancez le centre de l'alidade de 200 parties égales de la ligne de conduite, depuis *c* en *d*, pour les 200 pieds de la ligne CD, & ayant élevé à plomb l'instrument universel, ensorte que le point *d* réponde perpendiculairement sur le point D, & que la ligne de conduite *cd* soit parallele à la ligne CD, tournez l'alidade vers le sommet A, & tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite *d*F qui coupera la premiere *c*E en quelque point, comme en *a*.

Enfin mettant un pied du compas sur le point *a*, décrivez de ce point *a* comme d'un centre, un arc de cercle, qui touche & rase la ligne de conduite *cd*, & portez l'ouverture du compas sur la même ligne de conduite *cd*, pour sçavoir de combien de parties égales sera cette ouverture, parce que d'autant de pieds sera la hauteur proposée AB.

Remarque.

Comme l'instrument universel est toujours élevé au-dessus de la terre de 3 ou de 4 pieds, étant soutenu par un pied qui est à peu près de cette hauteur, il est bien évident que la hauteur que l'on trouve, ne se prenant que depuis la ligne de conduite, qui est aussi élevée au-dessus de la terre d'environ 3 ou 4 pieds, est d'autant moindre que celle que l'on cherche, & qu'ainsi on lui doit ajouter ces 3 ou 4 pieds, pour avoir toute la hauteur proposée au-dessus de la terre.

PROBLEME XIX.

Mesurer d'en-haut une ligne inaccessible. Planche VIII, fig. 14.

Premierement, si la ligne inaccessible est horisontale, comme AB, au pied de laquelle il y ait une tour AC, ensorte que l'angle BAC soit droit, on pourra aisément mesurer cette ligne AB par une seule station faite au sommet C de la hauteur AC, qui doit être connue ; ce qui sera facile ; sçavoir, en faisant descendre un filet avec un plomb jusqu'à Pl. VIII, fig. 14.

Pl. VIII, fig. 14. ce qu'il rencontre la terre, & en mesurant la longueur de ce filet, laquelle donnera la hauteur AC, que nous supposerons de 100 pieds, par le moyen de laquelle on mesurera la ligne proposée AB en cette sorte.

Ayant arrêté le centre de l'alidade de l'instrument universel au point *c*, éloigné de l'extrêmité *a* de la ligne de conduite *ac*, de 100 parties égales, pour les 100 pieds de la hauteur AC, élevez à plomb l'instrument universel, en sorte que le point *c* réponde au point C, & que la ligne de conduite *ac* soit en ligne droite avec la hauteur AC, & tournez l'alidade vers l'extrêmité B de la ligne à mesurer AB, & tirez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, la droite *cb* qui donnera le point *b* sur le côté *a* D, parallele à l'horison & à la ligne AB.

Enfin portez la longueur de la ligne *ab* sur la ligne de conduite *ac*, & le nombre des parties égales qui se trouveront compriſes dans cette longueur, donnera le nombre des pieds de la ligne proposée AB.

Il peut arriver que la ligne *cb* coupera le côté *a* D au-dehors de l'instrument; sçavoir, lorsque la ligne à mesu-

rer AB sera bien grande à l'égard de la hauteur AC, ce qui empêchera de pouvoir avoir le point *b* sur ce côté *a*D, & par conséquent de pouvoir connoître sans calcul la ligne proposée AB. Dans ce cas on mesurera cette ligne AB par deux stations faites dans la hauteur AC, par une méthode tout-à-fait semblable à celle que nous allons enseigner pour mesurer la même ligne AB, quand elle n'est pas horisontale; c'est-à-dire, lorsque l'angle BAC n'est pas droit, ce qui arrive presque toujours. Pl. VIII, fig. 14.

Si la hauteur AC n'est pas précisément à l'extrêmité de la ligne horisontale à mesurer, comme seroit EB, on appliquera l'instrument universel comme auparavant, pour tirer sur la surface de l'instrument, non-seulement la ligne *cb*, mais encore la ligne *ce*, lorsque l'alidade sera tournée vers l'autre extrêmité E de la ligne à mesurer EB. Après quoi on portera la longueur de la ligne *eb* sur la ligne de conduite *ac*, & le nombre des parties égales qu'elle comprendra sera le nombre des pieds de la ligne proposée EB.

Secondement, si la ligne à mesurer n'est pas horisontale, mais inclinée à l'horison, comme EB, on la mesurera par Pl. VIII, fig. 15.

Pl. VIII, fig. 15. deux ſtations, que l'on fera dans la hauteur AC, comme C, D, dont la diſtance CD, qui doit être autant grande que l'on pourra, ſera ici ſuppoſée de 100 pieds, après quoi on travaillera en cette ſorte.

Ayant arrêté le centre de l'alidade en quelque lieu commode de la ligne de conduite de l'inſtrument univerſel, comme en *d*, il faut élever à plomb l'inſtrument, enſorte que ce point *d* convienne avec le point D, & la ligne de conduite avec la hauteur AD, & l'alidade étant tournée vers les deux extrêmités E, B de la ligne à meſurer EB, tirez ſur la ſurface l'inſtrument, le long de la ligne de foi, les droites *d*F, *d*G.

Après cela avancez le centre de l'alidade de 100 parties égales de la ligne de conduite, depuis *d* en *c*, pour les 100 pieds de la ligne CD : & ayant fait une ſeconde ſtation en C, enſorte que le point *c* convienne avec le point C, & la ligne de conduite *cd* avec la ligne CD, tournez l'alidade vers les mêmes extrêmités E, B, de la ligne donnée EB, & tirez ſur la ſurface de l'inſtrument, le long de la ligne de foi, les droites *c*H, *c*I, qui couperont les deux premieres *d*F, *d*G en deux points, comme *e*, *b*.

Enfin portez la distance des deux points e, b, sur la ligne de conduite, ou bien sur la ligne de foi, pour sçavoir le nombre des parties égales de cette distance eb, & ce nombre fera connoître le nombre des pieds de la ligne proposée EB. Pl. VIII, fig. 15.

Corollaire.

C'est de la même maniere que l'on mesurera une ligne verticale, ou une hauteur, lorsqu'on verra les deux extrêmités, c'est à-dire, le sommet & la base : & comme il se peut faire qu'on n'en verra que le sommet, alors on la mesurera comme nous allons enseigner dans le Problême suivant, après avoir dit que la méthode précédente suppose que la hauteur AC & la ligne à mesurer EB, sont dans un même plan.

PROBLEME XX.

Mesurer d'en-haut une hauteur inaccessible.
Planche. IX, fig. 16.

Pour mesurer de la hauteur AC la hauteur inaccessible EB, dont le sommet B est supposé seulement visible, (autrement cette hauteur EB se pourroit Pl. IX, fig. 16.

Pl. IX, fig. 16. meſurer comme il a été enſeigné au Problême XIX.) on choiſira ſur la hauteur AC deux points commodes pour y faire deux ſtations, comme C, D, dont la diſtance CD doit être exactement connue, comme de 100 pieds, auſſi bien que la hauteur AD, que nous ſuppoſerons de 50 pieds. Cette hauteur ſe connoîtra par le moyen d'un filet avec un plomb que l'on fera deſcendre depuis le point D juſqu'à ce qu'il rencontre la terre : car la longueur de ce filet fera connoître la hauteur AD, comme nous avons déja dit ailleurs.

Cette préparation étant faite, arrêtez le centre de l'alidade de l'inſtrument univerſel au point *d*, éloigné de l'extrêmité *a* de la ligne de conduite de 50 parties égales, pour les 50 pieds de la hauteur AD ; & ayant élevé à plomb l'inſtrument univerſel, enſorte que le point *d* convienne avec le point D, & la ligne de conduite *ad* avec la hauteur AD, & l'alidade étant tournée vers le ſommet B de la hauteur à meſurer EB, tirez ſur la ſurface de l'inſtrument, le long de la ligne de foi, la droite *d*H.

Après cela changez, comme à l'ordinaire, le centre de l'alidade, en le hauſſant depuis *d* en *c*, enſorte que *cd* ſoit

de 100 parties égales pour les 100 pieds de la ligne CD, & le centre de l'alidade étant arrêté en *c*, & l'inſtrument univerſel étant élevé à plomb, enſorte que le point *c* convienne avec le point C, & la ligne de conduite *a c* avec la hauteur AC, tournez l'alidade vers la même extrêmité E de la hauteur à meſurer EB, & tirez ſur la ſurface de l'inſtrument, le long de la ligne de foi, la droite *c*F qui coupera la derniere *d*H en quelque point, comme en *b*. Pl. IX, fig. 16.

Enfin mettez la pointe d'un compas au point *b* pour en décrire avec l'autre pointe un arc de cercle qui raſe le côté *a g*, qui eſt perpendiculaire à la ligne de conduite *a c*, & portez l'ouverture du compas ſur la même ligne *a c*, & le nombre des parties égales qui ſe trouveront compriſes dans cette ouverture, donnera le nombre des pieds de la ligne propoſée EB.

Remarque.

Si vous voulez ſçavoir la diſtance AE des deux hauteurs AC, EB, décrivez du même point *b* un arc de cercle qui raſe la ligne de conduite *a c*, & portez l'ouverture du compas ſur la même ligne de conduite *a c*, & le nombre des par-

ties égales qui se trouveront compriſes dans cette ouverture, donnera le nombre des pieds de la diſtance AE qu'on cherche.

PROBLEME XXI.

Meſurer une profondeur. Planche IX, figure 17.

Pl. IX, fig. 17. Pour meſurer la profondeur AB du foſſé BCDE, choiſiſſez ſur terre deux points commodes, comme F, G qui doivent être de niveau, & dont le premier F doit être autant proche du point B, & le dernier G autant éloigné du même point B, qu'il ſera poſſible, pour y faire deux ſtations, ce qui ne ſeroit pas néceſſaire ſi on ſçavoit la largeur CD du foſſé; mais comme on la ſuppoſe ici inconnue, il faudra faire deux ſtations aux points F, G, dont la diſtance FG ſera ici ſuppoſée de 60 pieds; après quoi on cherchera premierement la ligne BO, ou la hauteur de l'œil par deſſus le fond du foſſé, en cette ſorte.

Arrêtez le centre de l'alidade de l'inſtrument univerſel en un point commode de la ligne de conduite, comme en *f*; & ayant élevé à plomb l'inſtrument uni-

verſel, enſorte que le point *f* réponde perpendiculairement ſur le point F, & la ligne de conduite ſur la ligne FG, tournez l'alidade vers le point B, enſorte que par les pinnules on voye ce point, & tirez ſur la ſurface de l'inſtrument le long de la ligne de foi la droite *f*H. Pl. IX, fig. 17.

Après cela, avancez le centre de l'alidade de 60 parties égales de la ligne de conduite depuis *f* en *g*, pour les 60 pieds de la ligne FG, & le centre de l'alidade étant arrêté en *g*, & l'inſtrument univerſel étant élevé à plomb, enſorte que le point *g* réponde ſur le point G, & la ligne de conduite *fg* ſur la ligne FG, tournez l'alidade vers le même point B, & tirez ſur la ſurface de l'inſtrument, le long de la ligne de foi, la droite *g*I qui rencontrera la premiere FH en un point, comme *b*.

Enfin mettant la pointe du compas au point *b*, décrivez de ce point *b* un arc de cercle qui raſe la ligne de conduite *fg*, & portez la même ouverture du compas ſur la même ligne de conduite *fg*, pour ſçavoir de combien de parties égales ſera cette ouverture, & ce nombre donnera le nombre des pieds de la ligne BO, de laquelle ôtant la longueur AO, ou la hauteur

Pl. IX, fig. 17. de l'œil au-dessus du point B, laquelle ne peut être que de 3 ou de 4 pieds, le reste donnera le nombre des pieds de la profondeur AB qu'on cherche.

Remarque.

Si vous voulez sçavoir la longueur de la ligne AD, qui est égale à la largeur CD du fossé, moins le talud AC, décrivez du même point *b* un arc de cercle qui rase la ligne perpendiculaire *g*K, & portez l'ouverture du compas sur la ligne de conduite *fg* pour avoir dans le nombre des parties égales qu'elle comprendra, le nombre des pieds de toute la ligne AG, de laquelle ôtant les 60 pieds de la ligne FG, & encore les pieds de la petite partie DF, le reste donnera le nombre des pieds de la ligne AD, laquelle est aussi égale à la largeur intérieure BE du fossé, plus le talud AC.

PROBLEME XXII.

Tracer un plan sur la terre. Planche IX, figure 18.

Pour tracer un plan sur la terre, c'est-à-dire, pour décrire sur la terre un plan qui soit semblable à un plan décrit sur le papier, comme *bcde*, attachez ce plan *bcde* sur la surface de l'instrument universel; & ayant choisi un point commode sur le terrein, que je suppose libre & délivré de tout empêchement, comme A, faites ainsi. Pl. IX, fig. 18.

Ayant arrêté le centre de l'instrument universel en un point commode de la ligne de conduite, comme en *a*, & l'instrument universel étant appliqué horisontalement en telle sorte que le point *a* réponde perpendiculairement sur le point A, & que la ligne de conduite soit tournée à droite ou à gauche, selon que vous trouverez à propos, afin que le plan proposé *bcde* se puisse tracer sur la terre du côté qu'il vous plaira; arrêtez l'instrument universel dans cette situation, & faites ainsi.

Tournez l'alidade vers un des angles du plan proposé *bcde*, comme vers

Pl. IX, fig. 18. l'angle *b*, enſorte que la ligne de foi tombe exactement ſur cet angle *b*, & voyez ſur les diviſions de la même ligne de foi, de combien de parties égales ce point *b* eſt éloigné du point *a*, pour compter ſur la terre en ligne droite autant de pieds depuis A juſques en B, & le point B repréſentera le point *b* du plan propoſé *b c d e*.

Tournez enſuite l'alidade vers l'autre angle *c*, & travaillez pour cet angle C, comme il a été fait pour l'angle *b*, pour avoir de la même façon ſur terre la repréſentation de l'angle *c* en C, où vous ferez planter un piquet. Si vous en faites autant pour les autres angles *d*, *e*, vous aurez ſur terre leur repréſentation aux points D, E, & le plan propoſé *b c d e* ſe trouvera tracé ſur la terre & repréſenté par le plan B C D E.

Remarque.

Si le lieu où l'on veut tracer le plan eſt empêché, comme ſi on vouloit tracer une fortification autour d'une ville, il faudroit connoître les angles & les côtés du plan propoſé, faire ſur terre les mêmes angles, (par Probl. III) & prendre

prendre les côtés d'autant de toises sur la terre qu'ils auront été trouvés sur le papier.

PROBLEME XXIII.

Lever le plan d'une place accessible sur la terre. Pl. IX, figure 18.

Par une opération contraire à celle du problême précédent, on levera aisément un plan sur la terre, quand il sera accessible, & qu'on pourra le voir & aller au-dedans, comme BCDE, en choisissant, comme auparavant, un point commode sur terre, comme A, & en appliquant l'instrument universel comme il a été dit, après quoi on travaillera en cette sorte. Pl. IX, fig. 18.

Tournez l'alidade vers les angles du plan proposé BCDE, comme vers l'angle B, enforte que par les pinnules vous voyiez cet angle B, & marquez sur la surface de l'instrument, le long de la ligne de foi, le point *b*, éloigné du centre *a*, d'autant de parties égales de la ligne de foi que l'angle B sera éloigné du point A, & ce point *b* sur l'instrument sera la représentation du point B sur la terre.

Pl. IX, fig. 18. Tournez enſuite l'alidade vers l'un des autres angles du plan propoſé BCDE, comme vers l'angle E, & travaillez pour cet angle E comme il a été fait pour l'angle B, & vous aurez ſur la ſurface de l'inſtrument univerſel la repréſentation de l'angle E en *e*. Si vous en faites autant pour les autres angles D, C, vous aurez leur repréſentation *d*, *c*, & le plan propoſé BCDE ſe trouvera repréſenté ſur l'inſtrument par le petit plan ſemblable *b c d e*.

PROBLEME XXIV.

Lever le plan d'une place inacceſſible ſur la terre. Pl. IX, fig. 19.

Pour lever le plan inacceſſible CDEF, c'eſt-à-dire pour décrire ſur le papier un plan plus petit & ſemblable au propoſé CDEF, qui eſt ſuppoſé inacceſſible, attachez le papier ſur la ſurface de l'inſtrument univerſel au-deſſous de l'alidade ; & ayant choiſi ſur terre deux points commodes, comme A, B, qui doivent être autant proches du plan propoſé CDEF qu'il ſera poſſible, & autant éloignés entre eux que vous pourrez, comme de 200 toiſes, faites ainſi. Pl. IX, fig. 19.

Ayant arrêté le centre de l'alidade en quelque point de la ligne de conduite, comme en *a*, & ayant appliqué horiſontalement l'inſtrument univerſel en telle ſorte que le point *a* réponde perpendiculairement ſur le point A, & la ligne de conduite ſur la ligne AB, tournez ſucceſſivement l'alidade vers les angles C, D, E, F du plan propoſé CDEF, & tirez ſur le papier appliqué au-deſſous de l'alidade, le long de la ligne de foi,

Pl. IX, fig. 19. de la même alidade, les rayons visuels $a1$, $a2$, $a3$, $a4$.

Après cela avancez le centre de l'alidade de 200 parties égales de la ligne de conduite de a en b, pour les 200 toises de la ligne AB, & le centre de l'alidade étant arrêté en b, & l'instrument universel étant appliqué en telle sorte que le point b réponde sur le point B, & la ligne de conduite ab sur la ligne AB, tournez pareillement l'alidade vers les angles C, D, E, F du plan proposé CD EF, & tirez sur le papier, le long de la ligne de foi, les rayons visuels $b5$, $b6$, $b7$, $b8$, qui rencontreront les premiers $a1$, $a2$, $a3$, $a4$ en des points, comme c, d, e, f, que vous joindrez par des lignes droites, pour avoir sur le papier le plan $cdef$ plus petit, mais semblable au proposé CDEF.

Fin de l'usage de l'Instrument universel.

TRAITÉ
DE LA DIVISION
DES CHAMPS.

LA diviſion des champs ſert pour partager une piece de terre entre deux ou pluſieurs perſonnes, enſorte que chacune en ait une portion égale, ou telle autre partie que l'on voudra. Pour procéder par ordre, nous commencerons par le triangle, qui eſt la premiere des figures, pour aller enſuite aux figures de quatre côtés, & après aux polygones, comme vous allez voir dans les chapitres ſuivans.

CHAPITRE PREMIER.

De la diviſion des triangles.

PROBLÈME I.

Diviſer le triangle donné ABC *en autant de parties égales qu'on voudra, par des lignes tirées de l'angle donné* A. Pl. X, figure 1.

Pl. X, fig. 1. SI vous voulez le diviſer en trois triangles égaux, par exemple, diviſez le côté BC oppoſé à l'angle A en trois parties égales aux points D, E, & menez les droites AD, AE, & les trois triangles BAD, DAE, EAC ſeront égaux (par la 38. du 1).

Remarque.

Il eſt évident (par la 1. du 6.) que ſi on vouloit diviſer le triangle donné ABC en pluſieurs parties inégales ſelon une raiſon donnée, il faudroit diviſer le côté BC, ſelon cette même raiſon, en autant de parties inégales.

PROBLEME II.

Diviſer le triangle donné ABC *en autant de parties égales qu'on voudra par des lignes paralleles au côté* BC. Pl. X, fig. 2.

Si vous le voulez diviſer en trois parties égales, par exemple, diviſez l'un des deux autres côtés AB, AC, comme AC, en trois également aux deux points D, E, & coupez le même côté AC aux deux points F, G, enſorte que la partie AF ſoit moyenne proportionnelle entre AC & CD, & la partie AG moyenne proportionnelle entre AC & CE. Après cela tirez par les deux points F, G au côté BC les paralleles FH, GI, leſquelles diviſeront le triangle propoſé ABC en trois parties égales. Pl. X, fig. 2.

Démonſtration.

Car puiſque les deux triangles AHI, ABC ſont ſemblables, ils ſont dans la raiſon des quarrés AF, AC, qui eſt la même que celle des lignes CD, AC, à cauſe des trois proportionnelles GD, AF, AC; & parce que CD eſt le tiers de

Pl. X, fig. 2. AC, le triangle AHF eſt auſſi le tiers du triangle ABC.

Pareillement de ce que les triangles AIG, ABC ſont ſemblables, ils ſont dans la raiſon des quarrés AG, AC, qui eſt la même que celle des lignes CE, AC, à cauſe des trois proportionnelles CE, AG, AC, & parce que CE eſt les deux tiers de AC, le triangle AIG eſt auſſi les deux tiers du triangle ABC. D'où il eſt aiſé de conclure que les deux trapézoïdes BIGC, HIGF ſont chacun le tiers du même triangle ABC, & qu'ainſi le triangle propoſé ABC eſt diviſé en trois parties égales par les deux lignes GI, FH, qui ſont paralleles au côté BC. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Remarque.

Si on vouloit diviſer le triangle ABC en deux fois plus de parties, il faudroit diviſer en deux également le triangle AHF par une ligne parallele au côté HF, comme il vient d'être enſeigné, & auſſi en deux également chacun des deux trapézoïdes HIGF, IBCG, par une ligne parallele au côté IG, *comme il ſera enſeigné au Problême X, Chapitre II.*

PROBLEME

PROBLEME III.

Diviſer en deux également le triangle ABC, *par une ligne perpendiculaire au côté* AB. Planche X, figure 5.

Ayant diviſé le côté AB en E, en- Pl. X, fig. 5. ſorte que le quarré BE ſoit égal à la moitié du rectangle ſous le côté AB & le ſegment BD terminé par la perpendiculaire CD, tirez du point E au côté AB la perpendiculaire EF, qui diviſera en deux également le triangle propoſé ABC.

Démonſtration.

Dans les triangles ſemblables CDB, FEB, on a cette analogie BD, CD :: BE, EF; c'eſt pourquoi ſi aux deux premiers termes BD, CD, on donne la hauteur commune AB, & aux deux derniers la hauteur commune BE, on aura celle-ci ABD, ABCD :: $\overline{BE}^2$, BEF, où l'on voit que puiſque le rectangle ABD eſt double du quarré BE, il faut que le rectangle ABCD ſoit auſſi double du rectangle BEF; & en prenant leurs moitiés, on connoîtra que le triangle ABC eſt double du triangle FEB:

Pl. X, fig. 3. *ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Pour trouver le point E, diviſez le ſegment BD en deux également au point G, & tirez par ce point G au même ſegment BD la perpendiculaire GH, qui ſera terminée en H par un demi-cercle décrit à l'entour du côté AB, & il n'y aura plus qu'à faire BE égale à BH, dont le quarré ou le rectangle ABG eſt bien la moitié du rectangle ABD.

Remarque.

On peut de la même façon diviſer le triangle donné ABC, en autant de parties égales qu'on voudra, par des lignes perpendiculaires au côté AB : comme ſi on le vouloit diviſer, par exemple, en trois parties égales, il faudroit premierement prendre la ligne BG, égale au tiers du ſegment BD, pour avoir le quarré BE, égal au tiers du rectangle ABD, & par conſéquent le triangle BEF égal au tiers du propoſé ABC. Il faudroit enſuite prendre la ligne BG égale aux deux tiers du ſegment BD, &c. Mais il ne faut pas que le point F tombe au-delà du point C.

PROBLEME IV.

Diviſer le triangle donné ABC *en deux également par une ligne tirée du point donné* D *ſur le côté* BC. Planche X, figure 4.

Ayant tiré du point donné D, à l'angle oppoſé A, la droite AD, tirez par le point E, milieu de BC, à la ligne AD la parallele EF, & menez la droite DF, qui diviſera le triangle propoſé ABC en deux également. Pl. X, fig. 4.

Démonſtration.

Car ſi on joint la droite AE, on connoîtra (par la 1 du 6) que le triangle BAE eſt la moitié du triangle ABC, & parce que le trapeze ABDF eſt égal au triangle BAE (comme nous avons démontré dans notre géométrie pratique), il s'enſuit que le trapeze ABDF eſt auſſi la moitié du triangle ABC, & qu'ainſi le triangle propoſé ABC ſe trouve diviſé en deux également par la droite DF : *ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Remarque.

On peut par cette maniere diviſer le triangle donné ABC en pluſieurs parties égales par pluſieurs lignes tirées du point D : comme ſi on le vouloit diviſer en trois parties égales, il faudroit faire BE égale au tiers de BC, pour avoir le trapeze ABDF égale au tiers du triangle ABC, & enſuite faire BE égale aux deux tiers de BC, &c. Mais cela ſe concevra mieux dans le problême ſuivant.

PROBLEME V.

Diviſer le triangle donné ABC *en autant de parties égales que l'on voudra, par des lignes tirées du point donné* D, *ſur le côté donné* BC. Pl. X, fig. 5.

Pl. X, fig. 5. Pour le diviſer en trois parties égales, par exemple, diviſez le côté donné BC auſſi en trois parties égales aux deux points E, F ; & ayant tiré la droite AD, tirez-lui par les deux points E, F, les paralleles EG, FH, pour avoir ſur les côtés AB, AC les deux points G, H, par leſquels on tirera au point donné D les droites DG, DH,

qui diviſeront le triangle propoſé ABC en trois parties égales. Pl. X, fig. 5.

Démonſtration.

Car ſi on mene les droites AE, AF, on connoîtra (par 1, 6) que chacun des deux triangles BAE, CAF, eſt le tiers du triangle ABC; & parce que le triangle BAE eſt égal au triangle BGD, à cauſe des triangles égaux GOA, DOE, parties des triangles égaux GAE, GDE, le triangle BGD ſera auſſi le tiers du triangle ABC. Par un ſemblable raiſonnement, on connoîtra que le triangle CAF eſt auſſi égal au triangle DHC, à cauſe des deux triangles égaux APH, DPF, parties des triangles égaux APH, DFH, & que par conſéquent le triangle DHC eſt auſſi le tiers du triangle ABC. D'où il ſuit que le trapeze AG DH eſt auſſi le tiers du même triangle ABC, & qu'ainſi les deux lignes DG, DH, diviſent le triangle propoſé ABC en trois parties égales : *ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Remarque.

Si on vouloit diviſer le triangle donné ABC en deux fois plus de parties, on

devroit diviſer (*par le probl. I*) chacun des deux triangles DGB, DHC en deux également par des lignes tirées de l'angle D, & auſſi le trapeze AGDH en deux également par une ligne tirée du même angle D, *comme il ſera enſeigné au problême VII du chap. II.*

PROBLEME VI.

Tirer du point donné D, *au-dedans du triangle donné* ABC, *trois lignes, enſorte que l'une paſſe par l'angle donné* A, *& que les trois diviſent le triangle donné* ABC *en trois parties égales.* Planche X, fig. *6.*

Pl. X, fig. *6.*

Ayant fait BE égal au tiers de BC, tirez à la ligne DE, par l'angle donné A, la parallele AF, & à la ligne DC par le point G, milieu de AF, la parallele GH. Enfin tirez du point donné D, par les trois points A, F, H, les lignes DA, DF, DH, qui diviſeront le triangle propoſé ABC en trois parties égales.

Démonſtration.

Car il eſt déja bien évident que le trapeze ABFD eſt le tiers du triangle ABC,

& nous démontrerons au *problême VII du chap. II*, que l'autre trapeze ACFD eſt diviſé en deux également par la droite DH. D'où il ſuit que le triangle propoſé ABC ſe trouve ainſi diviſé en trois parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME VII.

Diviſer le triangle donné ABC en trois parties égales, par trois lignes tirées aux trois angles A, B, C. Planche X, figure 7.

Ayant pris ſur l'un des côtés, comme ſur BC, ſa troiſieme partie BD, tirez par le point D, au côté adjacent AB, la parallele DE, & par ſon point de milieu F, tirez les trois lignes FA, FB, FC, qui diviſeront le triangle propoſé ABC en trois parties égales. Pl. X, fig. 7.

Démonſtration.

Car il eſt déja bien évident que le triangle AFB eſt le tiers du triangle ABC, parce qu'il eſt égal au triangle ABD, qui eſt le tiers du triangle ABC, (par 1, 6.) Il eſt évident auſſi que chacun des

deux autres triangles AFC, BFC, eſt le tiers du même triangle ABC, parce qu'ils ſont égaux entr'eux, à cauſe des deux triangles égaux CFD, CFE, & des deux égaux AFE, BFD, (par la 38 du 1.) D'où il ſuit que les trois lignes FA, FB, FC, diviſent le triangle propoſé ABC en trois parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME VIII.

Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE, & ayant un angle égal à l'un de ceux du triangle donné ABC. Planche X, figure 8.

Pl. X, fig. 8. Ayant fait au point D l'angle CDF égal à l'angle ACB, par la droite DF, qui ſera terminée en E par la ligne EF, parallele au côté CD, faites CI égale à DF, & CH égale à CD, & menez la droite HI, qui retranchera le triangle CIH, égal au triangle CDE.

Démonſtration.

Car on connoît (par la 4 du 1,) que le triangle CIH eſt égal au triangle CDF;

& parce que le triangle CDF eſt égal au triangle CDE, (par 37, 1,) il ſuit que le triangle CIH eſt auſſi égal au triangle CDE. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME IX.

Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE, par une ligne tirée de l'angle donné B. Pl. X, fig. 8.

Ayant fait une conſtruction ſemblable à celle du problême précédent, & de plus ayant tiré par le point I, à la ligne BH, la parallele IG, menez la droite BG, qui retranchera le triangle CBG, égal au donné CDE. Pl. X, fig. 8.

Démonſtration.

Car, à cauſe des deux paralleles CD, EF, le triangle DCF eſt égal au donné CDE, (par 37, 1;) & à cauſe des quatres proportionnelles CB, CH, CI, CG, ou CB, CD, DF, CG, & des deux angles égaux, BCG, CDF, le triangle BGC ſera égal au triangle CFD, & par

conſéquent au donné CDE, (par 15, 6.) *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME X.

Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE, par une ligne tirée par le point I donné ſur le côté BC. Pl. X, fig. 8.

Pl. X, fig. 8. Ayant fait au point D l'angle CDE égal à l'angle ACB, par la droite DF terminée en F par la ligne EF, parallele au côté CD, cherchez aux trois lignes IC, CD, DF, une quatrieme proportionnelle CH, & menez la droite HI qui retranchera le triangle CHI égal au donné CDE, & la démonſtration s'en fera comme au problême précédent.

PROBLEME XI.

Retrancher du triangle donné ABC un triangle égal au donné CDE, par une ligne parallele au côté donné BC. Pl. X, fig. 9.

Ayant trouvé entre la baſe BC & la hauteur AF une moyenne proportionnelle HI, & pareillement entre la baſe CD & la hauteur EG, une moyenne proportionnelle LM, cherchez aux trois lignes HI, LM, AB, une quatrieme proportionnelle AN, & tirez par le point N, au côté donné BC, la parallele NO, qui retranchera le triangle ANO, égal au donné CDE. Pl. X; fig. 9.

Démonſtration.

Car puiſque les quatres lignes HI, LM, AB, AN, ſont proportionnelles, on aura cette analogie $\overline{HI}^2$, $\overline{LM}^2$:: $\overline{AB}^2$, $\overline{AN}^2$; & ſi à la place du quarré HI on met le rectangle AFBC, qui lui eſt égal à cauſe des trois proportionnelles AF, HI, BC, & à la place du quarré LM, le rectangle EGCD, qui lui eſt égal, parce

Pl. X, fig. 9. que la ligne LM, a été faite moyenne proportionnelle entre les deux EG, CD, & enfin qu'à la place des deux quarrés AB, AN, on mette les triangles semblables ABC, ANO, qui sont en même raison, (par la 19 du 6): on connoîtra que le rectangle AFBC est au rectangle EGCD, comme le triangle ABC, au triangle ANO; & encore si à la place des deux rectangles AFBC, EGCD, on met leurs moitiés ou les triangles ABC, CDE, on connoîtra que les quatre triangles ABC, CDE :: ABC, ANO, sont proportionnels, & que par conséquent le triangle ANO doit être égal au triangle donné CDE. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Remarque.

Ce problême se peut resoudre autrement & plus facilement en cette sorte. Ayant trouvé à la hauteur CP, à la hauteur EG & à la base CD une quatrieme proportionnelle AQ, cherchez entre AB, AQ une moyenne proportionnelle AN, & tirez par le point N au côté donné BC la parallele NO, qui retranchera le triangle ANO, égal au donné CDE.

Démonſtration.

Car puiſque les quatre lignes CP, EG, CD, AQ ſont proportionnelles, le rectangle CPAQ, ſera égal au rectangle CDEG, c'eſt pourquoi leurs moitiés ou les triangles AQC, CDE ſeront auſſi égaux ; & parce que les triangles ſemblables ABC, ANO ſont dans la raiſon des quarrés AB, AN, qui eſt la même que celle des lignes AB, AQ, ou des triangles ABC, AQC, le triangle ANO ſera égal au triangle AQC, & par conſéquent au triangle donné CDE. Pl. X, fig. 9.

Nous pourrions ajouter ici pluſieurs autres problêmes touchant la diviſion des triangles par des lignes tirées d'un point donné au-dedans & au-dehors du triangle propoſé : mais comme ces ſortes de problêmes ſont plus curieux qu'utiles, & que leur conſtruction eſt plus embarraſſée, nous les laiſſerons pour venir plutôt à la diviſion des figures de quatre côtés.

CHAPITRE II.

De la diviſion des quadrilateres.

PROBLEME I.

Diviſer le parallelogramme donné ABCD en autant de parties égales qu'on voudra, par des lignes paralleles au côté donné AD ou BC. Pl. X, fig. 10.

Pl. X, fig. 10. SI vous le voulez diviſer en trois parties égales, par exemple, diviſez le côté AB, en trois également aux points E, F, par où vous tirerez à l'autre côté AD les paralleles EG, FH, qui diviſeront le parallelogramme propoſé ABCD en trois parties égales, comme il eſt évident, (par 36, 1.)

PROBLEME II.

Diviſer le parallelogramme donné ABCD en trois parties égales, en commençant par l'angle donné A. Pl. 10, fig. 11.

Ayant fait les deux lignes CE, BF égales chacune au tiers du côté AB, menez les droites AE, EF, qui diviſeront le parallelogramme propoſé ABCD en trois parties égales. Pl. X, fig. 11.

Démonſtration.

Car il eſt déja bien évident (par 1, 6), que le parallelogramme EFBC eſt le tiers du propoſé ABCD, (par 34, 1), & que l'autre ADEF eſt diviſé en deux également par la diagonale AE. Donc, &c.

PROBLEME III.

Diviſer le parallelogramme donné ABCD en trois parties égales, en commençant par le point E donné ſur le côté AB. Pl. X, fig. 12.

Pl. X, fig. 12. Ayant diviſé le côté AB en trois parties égales aux points F, G, & ayant tiré par le point F, au côté AD, la parallele FH, faites DI égal à EG, & diviſez IC en deux également au point K, & EB en deux également au point L, pour tirer les droites EI, KL, qui diviſeront le parallelogramme propoſé ABCD en trois parties égales.

Démonſtration.

Car ſi on tire par le point F au côté AD la parallele FH, la ligne DH ſera égale à la ligne AF, & par conſéquent à la ligne FG; & ſi des deux lignes égales EG, DI, on ôte les deux égales FG, DH, il reſtera la ligne EF égale à la ligne HI, ce qui fait que les deux triangles équiangles OEF, OHI, ſont égaux, (par 26, 1), & que par conſéquent le trapézoïde AEID eſt égal au parallelogramme

gramme AFHD, & conſéquemment au tiers du parallelogramme propoſé ABCD : & parce que l'autre trapezoïde EBCI ſe trouve diviſé en deux également par la droite KL, *comme nous le démontrerons au problême VI* ; il s'enſuit que le parallelogramme propoſé ABCD eſt diviſé en trois parties égales par les lignes IE, KL. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME IV.

Diviſer le parallelogramme donné ABCD en trois parties égales, par deux lignes tirées de l'angle donné A. Planche X, figure 13.

Ayant fait la ligne CE égale au tiers du côté CD, & ayant tiré par le point F, milieu de la ligne BE, à la diagonale AC, la parallele FG, menez les deux lignes AE, AG, qui diviſeront le parallelogramme propoſé ABCD en trois parties égales. Pl. X, fig. 13.

Démonſtration.

Car il a été démontré au *problême II*, que le triangle ADE eſt égal au tiers

du parallelogramme propoſé ABCD, & il ſera démontré au *Problême VII*, que la ligne AG diviſe le trapeze ABCE en deux également. D'où il ſuit, que les lignes AE, AG diviſent le parallelogramme propoſé ABCD en trois parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME V.

Diviſer le parallelogramme donné ABCD en trois parties égales, par deux lignes tirées du point donné E ſur le côté donné AB, Pl. X, fig. 14.

Pl. X, fig. 14. Ayant fait les lignes AF, DG égales chacune au tiers du côté AB, & la ligne GH égale à la ligne EF, tirez par le point I, milieu de la ligne BH, à la ligne EC, la parallele IK, & menez les deux lignes EH, EK qui diviſeront le parallelogramme propoſé ABCD en trois parties égales.

Démonſtration.

Car il a été démontré au *problême III*, que le trapezoïde AEHD eſt le tiers du parallelogramme ABCD, & le reſte ſe démontrera au *problême VII.*

PROBLEME VI.

Diviſer le trapézoïde donné ABCD en autant de parties égales qu'on voudra. Pl. X, fig. 15.

Si vous le voulez diviſer, par exemple, en trois parties égales, diviſez chacun des côtés paralleles AB, CD, en trois parties égales, aux points E, F, G, H, & menez les droites EG, FH qui diviſeront le trapezoïde propoſé ABCD, en trois parties égales, puiſque ces trois parties ſont compoſées de triangles égaux, &c. Pl. X, fig. 15.

PROBLEME VII.

Diviſer le trapeze donné ABCD en deux également, par une ligne droite tirée de l'angle donné D. Planche XI, fig. 16.

Ayant tiré par le point E, milieu de la diagonale AC, la droite EF, parallele à l'autre diagonale BD, menez la droite DF, qui diviſera le trapeze propoſé ABCD en deux parties égales. Pl. XI, fig. 16.

Démonſtration.

Pl. XI, fig. 16. Car ſi aux triangles égaux DEA, DEC, on ajoute les triangles égaux AEB, CEB, on aura le trapeze ADEB, égale au trapeze CDEB, & à cauſe du trapeze ADEB égal au triangle ADF, & du trapeze CDEB égal au trapeze CDFB, parce que les deux triangles DEO, BFO ſont égaux, comme l'on connoîtra en ôtant des deux triangles égaux DEB, DFB, le triangle commun DOB, il s'enſuit que le triangle ADF eſt égal au trapeze CDFB, & qu'ainſi la ligne DF diviſe le trapeze donné ABCD en deux également. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME VIII.

Diviſer le trapeze donné ABCD en deux également, par une ligne droite tirée du point E, milieu du côté AB. Pl. XI, fig. 17.

Pl. XI, fig. 17. Ayant tiré par l'angle D, au côté donné AB, la parallele DF, tirez par ſon point du milieu G à la ligne EC la parallele GH, & menez la droite EH

qui diviſera le trapeze propoſé ABCD en deux également

Démonſtration.

Car ſi aux deux trapezoïdes AEGD, BEGF, qui ſont égaux, (par le problême VI), on ajoute les triangles GCD, GCF, qui ſont auſſi égaux, (par 38 1), on aura le pentagone AEGCD égal au trapeze EGCB, ou le trapeze AEHD égal au trapeze EHCB, à cauſe des deux triangles égaux EGO, CHO, comme l'on connoîtra, en ôtant des deux triangles égaux EGC, EHC, le triangle commun EOC, ou des deux égaux EGH, CGH, le commun GOH, &c.

Exemple.

Ce problême ſe peut réſoudre autrement & très-facilement en cette ſorte. Ayant tiré des deux points A, B, ſur le côté CD les deux perpendiculaires AF, BG, cherchez aux trois lignes AF + BG, BG, CD une quatrieme proportionnelle DH, & menez la droite EH, qui diviſera le trapeze propoſé ABCD en deux parties égales. Pl. XI, fig. 18.

Démonſtration.

Car puiſque, par la conſtruction, nous avons cette analogie, AF+BG, BG:: CD, DH, en diviſant on aura celle-ci AF, BG::CH, DH, & le rectangle AFDH ſera égal au rectangle BGCH, & par conſéquent le triangle AHD au triangle BHC; & à cauſe de l'égalité des deux triangles AEH, BEH, il s'enſuit que le trapeze ADHE eſt égal au trapeze BCHE, & qu'ainſi la ligne EH diviſe le trapeze propoſé ABCD en deux parties égales *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Ce même problême ſe peut auſſi réſoudre par le moyen du ſuivant, qui eſt plus général.

PROBLEME IX.

Diviſer le trapeze donné ABCD en deux également, par une ligne droite tirée du point E donné ſur le côté CD. Pl. XI, fig. 19.

Ayant tiré de l'angle C, à la diago-
Pl. XI, fig. 19. nale DB, la parallele CF, qui rencontre le côté AB, prolongé en F,

diviſez AF en deux également au point G ; & ayant tiré de l'angle D à la ligne EG, la parallele DH, menez la droite EH qui diviſera en deux également le trapeze propoſé ABCD. Pl. XI, fig. 19.

Démonſtration.

Car, à cauſe du triangle ADF égal au trapeze ABCD, (comme nous avons démontré dans notre géométrie pratique), ſa moitié ou le triangle ADG ſera auſſi la moitié du trapeze ABCD & parce que ce même triangle ADG, eſt égal au trapeze ADEH, à cauſe des paralleles EG, DH, il ſuit que ce trapeze ADEH eſt auſſi la moitié du donné ABCD, & que par conſéquent la ligne DG diviſe le trapeze donné ABCD en deux parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME X.

Diviſer le trapeze donné ABCD en deux également, par une ligne parallele au point donné AD, Planche XI, fignre 20.

Pl. XI, fig. 20. Ayant tiré par l'angle C à la diagonale DB, la parallele CE, qui rencontre ici le côté AB, prolongé en E, & ayant diviſé AE en deux également au point F, prolongez le côté CD, juſqu'à ce qu'il rencontre le côté AB prolongé en G, & abaiſſez du point F ſur AG la perpendiculaire FO, qui ſera finie en O par un demi-cercle décrit à l'entour de AG. Faites enfin GH égale à GO, & tirez par le point H, au côté AD, la parallele HI, qui diviſera le trapeze propoſé ABCD en deux parties égales.

Démonſtration.

Car à cauſe du triangle ADE égal au trapeze ABCD, (*comme nous avons démontré dans notre géometrie pratique*) ſa moitié, ou le triangle ADF, ſera égale au trapeze BCDF : & parce que le triangle AOG eſt rectangle, (par 31, 3,) les

les deux triangles AOG, FOG seront semblables, (par 8. 6.) & (par 4. 6.) la ligne GO, ou son égale GH, sera moyenne proportionnelle entre les deux AG, GF; c'est pourquoi la raison de ces deux lignes AG, GF, sera égale à celle des deux quarrés AG, GH, (par Coroll. 20. 6.) laquelle raison est la même que celle des triangles semblables ADG, HIG; (par 16. 6.) & comme la raison des mêmes lignes AG, GF, est aussi égale à celle des deux triangles ADG, FDG, (par 1. 6.) on conclut aisément que la raison des deux triangles ADG, HIG est égale à celle des deux triangles ADG, FDG, & par conséquent le triangle HIO est égal au triangle FDG; c'est pourquoi si de chacun on ôte le triangle commun BCG, il restera le trapeze BCIH, égal au trapeze BCDF, ou à la moitié du trapeze donné ABCD. D'où il suit que la droite HI divise le trapeze proposé ABCD en deux parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.* Pl. XI; fig. 20.

Remarque.

Ce problême se peut résoudre autrement & assez facilement, pourvu que l'on sçache réduire un trapeze en trapé- Pl. XI, fig. 21.

Pl. XI, fig. 22. zoïde, & diviſer un trapézoïde en deux également par une ligne parallele à l'un des deux côtés paralleles. Ce que nous enſeignerons ici briévement.

Pour réduire premierement le trapeze ABCD en trapézoïde, tirez de l'angle A au côté BC la parallele AE, qui ſera finie en E par la ligne DE, parallele à la diagonale AC, & menez la droite EC, & le trapézoïde ABCE ſera égal au trapeze propoſé ABCD.

Démonſtration.

Car ſi des deux triangles égaux AEC, ADC, (par la 37. du 1.) on ôte le triangle commun AFC, on aura le triangle AFE égal au triangle CFD; & ſi à chacun de ces deux triangles égaux AFE, CFD, on ajoute le trapeze ABCF, on aura le trapézoïde ABCE égal au trapeze donné ABCD. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Quoique cette méthode ſoit courte & facile, néanmoins elle ne ſe trouve pas propre pour notre deſſein, qui eſt de diviſer un trapeze en deux également, parce que dans cette réduction il y a deux côtés qui changent. C'eſt pourquoi nous enſeignerons ici une autre méthode pour

réduire un trapézoïde, en changeant seulement un côté.

Pour donc réduire le trapeze ABCD en trapézoïde, prolongez les deux côtés AD, BC, jusquà ce qu'ils se rencontrent en E, & coupez le côté AE en F, ensorte que le côté BE soit au côté AE, comme le rectangle CED au quarré EF, ce qui est facile. Après cela menez la droite GF, & lui tirez par le point D la parallele DG. Enfin menez la droite FG qui sera parallele au côté AB, & le trapézoïde ABGF sera égal au trapeze proposé ABCD. Pl. XI, fig. 22.

Démonstration.

Car à cause des triangles semblables EFC, EDG, le rectangle FEG sera égal au rectangle CED, & l'on pourra faire cette analogie FEG, $\overline{EF}^2$ :: CED, $\overline{EF}^2$, & à cause que EF est une hauteur commune aux deux premiers rectangles, on pourra faire celle-ci EG, EF :: CED, $\overline{EF}^2$; & si au lieu des deux derniers termes CED, $\overline{EF}^2$, on met les deux lignes BE, AE, qui sont en même raison par la construction, on aura cette

Pl. XI, fig. 22. derniere analogie EG, EF : : BE, AE, laquelle fait connoître (par *6. 6.*) que le petit triangle EFG eſt ſemblable au grand EAB, & que par conſéquent le côté FG eſt parallele au côté AB ; & qu'ainſi la figure ABGF eſt un trapézoïde, lequel eſt égal au trapeze propoſé ABCD, à cauſe de l'égalité des deux triangles FDE, FGC, (par 37. 1.) deſquels ôtant le triangle commun FOC, il reſtera le triangle FOD égal au triangle COG, c'eſt pourquoi ſi à chacun de ces deux triangles égaux FOD, COG, on ajoute le pentagone commun ABCOF, on aura le trapeze ABCD égal au trapézoïde ABGF. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Il ne reſte plus qu'à vous enſeigner la maniere de diviſer en deux également le trapézoïde ABGF, par une ligne parallele au côté AB, ce qui ſe fera en cette ſorte.

Coupez le côté AE en H, enſorte que le quarré EH ſoit la moitié de la ſomme des deux EA, EF, & menez par le point H, à la ligne AB, la parallele HI, qui diviſera le trapézoïde ABGF, & par conſéquent le trapeze propoſé ABCD en deux également.

Démonſtration.

Car puiſque la ſomme des quarrés EA, EF eſt double du quarré EH, par la conſtruction, les trois quarrés EF, EH, EA, & par conſéquent les triangles ſemblables EFG, EHI, EAB qui ſont en même raiſon, (par 19. 6.) ſeront en proportion arithmétique : c'eſt pourquoi l'excès du ſecond ſur le premier, ſçavoir, le trapeze HIGF ſera égal à l'excès du troiſieme ſur le ſecond, c'eſt-à-dire, au trapeze ABIH. Ainſi la ligne HI diviſe en deux parties égales le trapézoïde ABGF, & par conſéquent le trapeze propoſé ABCD. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.* Pl. XI, fig. 22.

Corollaire.

Il ſuit de la pratique de ce problême, & du problême VI, une maniere aiſée pour diviſer un trapézoïde donné en quatre parties égales par deux lignes perpendiculaires entr'elles.

PROBLEME XI.

Diviſer le triangle donné ABCD *en trois parties égales, par deux lignes tirées de l'angle donné* D. Planche XI, figure 23.

Pl. XI, fig. 23. Ayant tiré de l'angle C à la diagonale BD, la parallele CE qui rencontre le côté AB, prolongé en E, diviſez la ligne AE en trois parties égales aux points F, G, & menez les droites DF, DG, qui diviſeront le trapeze propoſé ABCD en trois parties égales, à cauſe du triangle ADE qui eſt égal au trapeze ABCD, & qui eſt diviſé en trois également par les droites DF, DG : il faut prendre garde que le point G ne doit pas paſſer au-delà du point B.

PROBLEME XII.

Diviſer le trapeze donné ABCD *en trois parties égales, par deux lignes tirées du point* E *donné ſur le côté* CD. Pl. XI, fig. 24.

Pl. XI, fig. 24. Ayant tiré de l'angle C, à la diagonale DB, la parallele CF qui rencontre

le côté AB prolongé en F, faites AG égale à un tiers de AF, & ayant tiré à la ligne GE la parallele DH, & à la ligne BE la parallele CI, faites HK égale à la moitié de HI, & menez les droites EH, EK, qui diviseront le trapeze proposé ABCD en trois parties égales. Pl. XI, fig. 24.

Démonstration.

Car puisque le triangle ADF est égal au trapeze ABCD, & que le triangle ADG en est le tiers, (par 1. 6.) à cause de la base AG égale au tiers de la base AF, (par la construction) le trapeze ADEH, qui est égal au triangle ADG, à cause de la ligne EG parallele à la diagonale DH, sera aussi le tiers du trapeze ABCD; & parce que le trapeze restant BCEH se trouve divisé en deux également, par la droite EK, parce qu'elle divise en deux également le triangle HEI, qui est égal au trapeze BCEH, il s'ensuit que les deux lignes EH, EK, divisent le trapeze proposé ABCD en trois parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME XIII.

Diviſer le trapeze donné ABCD *en trois parties égales, par deux lignes paralleles au côté donné* AD. Planche XI, fig. 25.

Pl. XI, fig. 25. Ayant tiré par l'angle C, à la diagonale DB, la parallele CE qui rencontre ici le côté AB, prolongé en E, & ayant fait AF égale au tiers de AE, prolongez le côté CD juſqu'à ce qu'il rencontre le côté AB prolongé en G, & ayant cherché entre AG & GF une moyenne proportionnelle GH, tirez par le point H, au côté AD, la parallele HI. Après cela tirez par le même point C, à la ligne IB, la parallele CK; & ayant diviſé HK en deux également au point L, cherchez entre HG & GL une moyenne proportionnelle GM, pour tirer par le point M au même côté AD, la parallele MN, & le trapeze propoſé ABCD ſe trouvera diviſé en trois parties égales par les deux paralleles HI, MN.

Démonſtration.

Car on démontrera, *comme dans le*

Problême X, que le trapeze ADIH eſt le tiers du propoſé ABCD, & que la ligne MN diviſe en deux également le trapeze HBCI, qui eſt égal aux deux tiers du propoſé ABCD. D'où il eſt aiſé de conclure que les deux lignes HI, MN diviſent le trapeze ABCD en trois parties égales. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME XIV.

Diviſer le trapeze donné ABCD *en trois parties égales, par deux lignes tirées des deux angles oppoſés* B, D. Pl. XII, fig. 26.

Ayant tiré de l'angle C à la diagonale DB la parallele CE, qui rencontre le côté AB, prolongé en E, faites AF égale à un tiers de AE, & menez la droite DF, laquelle étant prolongée rencontrera la parallele CE auſſi prolongée en G; & ayant diviſé la ligne FG en deux également au point H, menez la droite BH, & les deux lignes DF, BH, diviſeront le trapeze propoſé ABCD en trois parties égales. Pl. XII, fig. 26.

Démonstration.

Car puisque la base AF du triangle ADF est le tiers de la base AE du triangle ADE, qui est égal au trapeze ABCD, ce triangle ADF sera (par 1. 6.) le tiers du triangle ADE, & par conséquent du trapeze ABCD: pareillement, parce que la base FH du triangle FBH est la moitié de la base FG du triangle FBG, qui est égal au trapeze FBCD ou aux deux tiers du trapeze ABCD, ce triangle FBH est la moitié du triangle FBG ou du trapeze FBCD, & par conséquent le tiers du trapeze ABCD. D'où il suit que le trapeze proposé ABCD est divisé en trois parties égales par les deux lignes DF, BH. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME XV.

Diviser le trapeze donné ABCD *en deux parties, dont la raison soit égale à celle des deux lignes données* AG, GH. Pl. XII, fig. 27.

Pl. XII, fig. 27. Ayant tiré des angles A, C sur la diagonale DB, les perpendiculaires AF,

CE, & ayant prolongé AF en I, enſorte que FI ſoit égale à CE, diviſez AI en L, enſorte que les quatre lignes AH, AG, AI, AL ſoient proportionnelles; & parce que le point L tombe ici ſur la perpendiculaire AF du triangle ADB, diviſez ſon côté AB en M, enſorte que les quatre lignes AF, AL, AB, AM ſoient proportionnelles, & menez la droite DM qui diviſera le trapeze propoſé ABCD, en deux parties ADM, BCDM, dont la raiſon eſt égale à celle des deux lignes données AG, GH. Pl. XII, fig. 27.

Démonſtration.

Car puiſque (par 1. 6) le triangle ADM eſt au triangle BDM comme AM à BM, en compoſant, le triangle ADM ſera au triangle ADB, comme AM à AB, ou comme AL à AF; & pareillement puiſque le triangle ADB eſt au triangle CDB, comme AF à CE, ou FI, en compoſant, le triangle ADB ſera au trapeze ABCD, comme AF à AI; & ſi à la place du triangle ADB & de la ligne AF, on met le triangle ADM, & la ligne AL, qui ſont en même raiſon, (comme il vient d'être démontré) on connoîtra que le triangle ADM eſt au trapeze ABCD,

Pl. XII, fig. 27. comme AL à AI ; c'eſt pourquoi, en diviſant, le triangle ADM eſt au trapeze BCDM, comme AL à LI, ou comme AG à GH. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Remarque.

On voit aiſément que par le moyen de ce problême, on peut retrancher d'un trapeze donné telle partie que l'on voudra, & de plus réſoudre le Problême VII & diviſer un trapeze donné en autant de parties égales que l'on voudra.

PROBLEME XVI.

Retrancher d'un trapeze donné une figure égale à une autre figure donnée.

Si l'on réduit en triangle le trapeze propoſé, comme nous avons fait dans pluſieurs Problêmes de ce Chapitre, & que de ce triangle on retranche une figure égale à la donnée par les préceptes du Chapitre précédent, le problême ſera réſolu.

Ou bien on conſidérera la raiſon de la figure donnée au trapeze donné, & à l'aide du problême précédent on diviſera le trapeze donné ſelon cette raiſon.

CHAPITRE III.

De la division des Polygones.

PROBLEME I.

Diviser un polygone régulier en deux également par une ligne tirée du milieu de l'un de ses côtés. Pl. XII, fig. 28 & 29.

PREMIEREMENT, si le polygone régulier est composé d'un nombre pair de côtés, comme l'exagone ABCDEF, on divisera deux de ses côtés opposés & paralleles, comme AB, DE, chacun en deux également aux points G, H, par où l'on menera la droite GH, qui divisera en deux parties égales l'exagone proposé ABCDEF. Pl. XII, fig. 28.

Mais si le polygone proposé est composé d'un nombre impair de côtés, comme le pentagone ABCGE, on divisera l'un de ses côtés comme AB, en deux également au point F, par où on tirera à l'angle opposé G la droite GF, qui divisera le pentagone proposé ABCGE en deux parties égales. Pl. XII, fig. 29.

Nous ne donnons pas la démonstration de ces deux pratiques, parce qu'elle

eſt évidente ; car on voit aiſément que chaque polygone ſe trouve diviſé en deux trapezes égaux, puiſque les angles & les côtés de l'un ſont égaux aux angles & aux côtés de l'autre.

LEMME.

Réduire un polygone propoſé en triangle. Planche. XII, fig. 30.

Pl. XII, fig. 30. Pour réduire en triangle un polygone, comme, par exemple, le pentagone ABCDE, tirez à l'une de ſes diagonales, comme à la diagonale DB, par l'angle voiſin C, la parallele CF, qui rencontre ici le côté oppoſé AB, prolongé en F, & menez la droite DF pour avoir le trapeze AEDF égal au pentagone propoſé ABCDE, à cauſe du triangle DOC égal au triangle BOF ; c'eſt pourquoi il n'y a qu'à réduire en triangle ce trapeze AEDF, ce qui ſe fera en tirant à ſa diagonale EF par l'angle D la parallele DG, qui rencontre ici le côté AF prolongé en G, par où vous menerez la droite EG, & vous aurez le triangle AEG égal au trapeze AEDF ou au pentagone propoſé ABCDE, à cauſe du triangle EOD égal au triangle FOG.

Ainſi vous voyez que l'on peut aiſément réduire en triangle tel polygone que l'on voudra, parce qu'on le peut toujours réduire en une figure d'autant de côtés moins un, & cette autre figure en une autre d'autant de côtés moins un, & continuer ainſi juſqu'au triangle. Comme ici de la figure de cinq côtés ABCDE, nous en avons fait une de quatre AEDF, & de celle-ci une de trois AEG.

PROBLEME II.

Diviſer un polygone régulier en deux également par une ligne parallele à l'un de ſes côtés. Pl. XII, fig. 31 & 32.

Premierement ſi le polygone régulier eſt pair, comme l'exagone ABCDEF, & qu'on le veuille diviſer en deux également par une ligne parallele au côté donné AB, on tirera cette ligne par les deux angles F, C, qui ſont diamétralement oppoſés & également éloignés du côté donné AB. La démonſtration en eſt trop claire pour en parler ici davantage. Pl. XII, fig. 31.

Mais ſi le polygone propoſé eſt impair, comme le pentagone ABCDE, on le diviſera en deux également par une ligne parallele au côté donné AB, par une Pl. XII, fig. 32.

Pl. XII, fig. 23.

méthode qui convient à toute sorte de polygones, comme vous allez voir.

Ayant réduit, par le lemme précédent, le pentagone proposé ABCDE au triangle FCH, comme ici par le moyen des deux lignes BF, DH, paralleles aux deux diagonales CA, CE, divisez la base FH en deux également au point G, & menez la droite CG, pour avoir le triangle FGC égal à la moitié du triangle FCH, ou du pentagone proposé ABCDE. Tirez ensuite par le point C, au côté donné AB, une ligne parallele, qui se trouve ici la même que la diagonale CE, parce que le pentagone proposé ABCDE est régulier. Ainsi cette parallele donnera sur le côté AE prolongé, quand il en sera besoin, le point E, & le côté BC, prolongé, donnera sur le même côté AE, aussi prolongé, le point I. C'est pourquoi vous chercherez entre les lignes IE, IG, une moyenne proportionnelle IN, & vous tirerez par le point N au côté donné AB la parallele NO, qui divisera le pentagone proposé ABCDE en deux parties égales.

Démonstration.

Car à cause des triangles semblables ICE,

ICE, ION, on connoît (par 19. 6.) que la raison du triangle ICE au triangle ION, est égale à celle du quarré IE au quarré IN; & si à la place des deux quarrés IE, IN, on met les deux lignes IE, IG, qui sont en même raison, à cause des trois proportionnelles IE, IN, IG, & encore si à la place des deux lignes IE, IG, on met les deux triangles ICE, ICG, qui sont en même raison (par 1. 6.) on connoîtra que la raison du triangle ICE au triangle ION, est égale à celle du triangle ICE au triangle ICG, & que par conséquent le triangle ICG est égal au triangle ION; & si de chacun on ôte le triangle commun IBA, il restera le trapeze ABCG égal au trapeze ABON, c'est-à-dire au triangle FCG, ou à la moitié du pentagone proposé ABCDE. Pl. XII, fig. 32.

PROBLEME III.

Diviser un polygone régulier en quatre parties égales par deux lignes perpendiculaires entr'elles. Planche XII, figures 33 & 34.

Premierement si le polygone régulier est pair, comme l'exagone ABCDEF, divisez deux de ses côtés opposés & pa- Pl. XII, fig. 32.

ralleles, comme AB, DE, chacun en deux également aux points G, H, & menez la droite GH, & le diametre CF. Il eſt évident que ces deux lignes CF, GH, ſont perpendiculaires entr'elles, & qu'elles diviſent l'exagone propoſé AB CDEF en quatre parties égales.

Pl. XII, fig. 34. Mais ſi le polygone propoſé eſt impair, comme le pentagone ABCDE, diviſez l'un de ſes côtés, comme AB, en deux également au point F, par lequel vous tirerez à l'angle oppoſé D la droite DF, qui ſera perpendiculaire au même côté AB, & diviſera le pentagone propoſé ABCDE en deux parties égales.

Après cela, diviſez (par le Probl. II.) le même pentagone ABCDE en deux également par la droite GH, parallele au même côté AB, ce qui fera que cette parallele GH ſera perpendiculaire à la ligne DF, & que ces deux perpendiculaires DF, GH, diviſeront le pentagone propoſé ABCDE en quatre parties égales.

PROBLEME IV.

Diviſer un polygone régulier en deux également, par une ligne tirée d'un point donné ſur l'un de ſes côtés. Pl. XII, fig. 35 & 36.

Premierement ſi le polygone régulier eſt pair, comme l'exagone ABCDEF, & qu'il le faille diviſer en deux également par une ligne tirée du point donné G ſur le côté DE, prenez ſur le côté parallele AB depuis l'angle A oppoſé à l'angle D la ligne AH égale à la ligne DG, ou depuis l'angle B oppoſé à l'angle E, la ligne BH égale à la ligne EH, & menez la droite GH qui diviſera le polygone propoſé ABCDEF en deux parties égales, comme il eſt aiſé à démontrer. Pl. XII, fig. 35.

Mais ſi le polygone propoſé eſt impair, comme le pentagone ABCDE, & qu'on le veuille diviſer en deux également par une ligne tirée du point donné O ſur le côté donné CD, ſuivez cette regle générale pour toutes ſortes de polygones. Pl. XII, fig. 36.

Ayant réduit le pentagone propoſé ABCDE au triangle FCG, & ayant diviſé ſa baſe FG en deux également au point H, tirez les lignes HC, HO, & à

Pl. XII, fig. 36. la ligne HO, la parallele CN, qui donnera sur la base AE le point N, par où tirant au point donné O la droite NO, elle divisera le polygone proposé ABCDE en deux parties égales.

Démonstration.

Car il est évident que le pentagone ABCON est égal au triangle FCH, à cause de la ligne OH, parallele à la diagonale CN, & de la ligne BF parallele à l'autre diagonale CA; & parce que le triangle FCH est la moitié du triangle FCG, ou du pentagone proposé ABCDE, il s'ensuit que le pentagone ABCON est aussi la moitié du proposé ABCDE, & qu'ainsi le pentagone proposé ABCDE est divisé en deux également par la droite NO. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME V.

Diviser le polygone donné ABCDE *en trois parties égales, par deux lignes tirées du point donné* O, *sur le côté* CD. Pl. XII, fig. 37.

Pl. XII, fig. 37. Ayant réduit le polygone proposé ABCDE au triangle FCG, & ayant fait FH

égale au tiers de FG, menez les droites HO, HC, & tirez à la droite HO par le point C, la parallele CN qui donnera sur la base AE, le point N, par lequel & par le point donné O vous menerez la droite NO. Pl. XII, fig. 37.

Après cela réduisez la figure NEDO au triangle NOI, & ayant divisé sa base NI en deux également au point M, menez par ce point M au point donné O, la droite OM, laquelle avec la précédente ON divisera le polygone proposé ABCDE en trois parties égales.

Démonstration.

Car on démontrera, comme dans le Probl. précédent, que le pentagone ABCON est le tiers du proposé ABCDE, & que le triangle NOM est la moitié du trapeze NEDO; d'où l'on conclut aisément que les deux lignes OM, ON, divisent le polygone proposé ABCDE en trois parties égales. *Ce qu'il fall. faire & démontrer.*

PROBLEME VI.

Diviser en trois parties égales le polygone donné ABCDE, *par deux lignes tirées de l'angle donné* D. Pl. XII, fig. 39.

Ayant réduit le polygone proposé ABCDE au triangle FDG, divisez sa base Pl. XII, fig. 39.

Pl. XII, fig. 39. FG en trois parties égales aux points H, I, & menez les deux lignes DH, DI, qui diviseront le polygone proposé ABCDE en trois parties égales.

Démonstration.

Car on démontrera, comme auparavant, que le trapeze AEDH est le tiers du polygone proposé ABCDE; & comme le triangle HDI en est aussi le tiers, il s'ensuit que le polygone proposé ABCDE se trouve divisé en trois parties égales par les deux lignes DH, DI. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROBLEME VII.

Diviser le polygone donné ABCDE *en trois parties égales, par deux lignes tirées des deux points* O, P, *donnés sur le côté* CD. Pl. XII, fig. 40.

Pl. XII, fig. 40. Ayant réduit le polygone proposé ABCDE au triangle FDG, & ayant fait FH égale au tiers de la base FG, tirez par le point D à la ligne HO la parallele DI, & menez la droite OI. De même ayant réduit le trapeze IBCO au triangle IOL, & ayant divisé la base IL en deux également au point M, tirez à la ligne

MP par le point O la parallele ON, & menez la droite PN, & le polygone proposé ABCDE se trouvera divisé en trois parties égales par les deux lignes OI, PN. Pl. XII; fig. 40.

Démonstration.

Car on démontrera, *comme dans le Probl. IV*, que le pentagone AEDOI est le tiers du proposé ABCDE, & que le trapeze IOPN est la moitié du trapeze IBCO, & par conséquent égal au tiers du polygone proposé ABCDE, & que par conséquent le trapeze restant NBCP est aussi le tiers du même polygone ABCDE; d'où il suit que ce polygone ABCDE est divisé en trois parties égales par les deux lignes OI, PN.

PROBLEME VIII.

Diviser le polygone donné ABCDE *en deux parties dans la raison des deux lignes données* AI, IL, *par une ligne tirée de l'angle donné* D. Pl. XII, fig. 38.

Ayant réduit le polygone proposé ABCDE au triangle FDG, divisez sa base FG dans la raison donnée AI, IL au point H, enforte que les quatre lignes AI, IL, FH, GH soient proportion- Pl. XII; fig. 38.

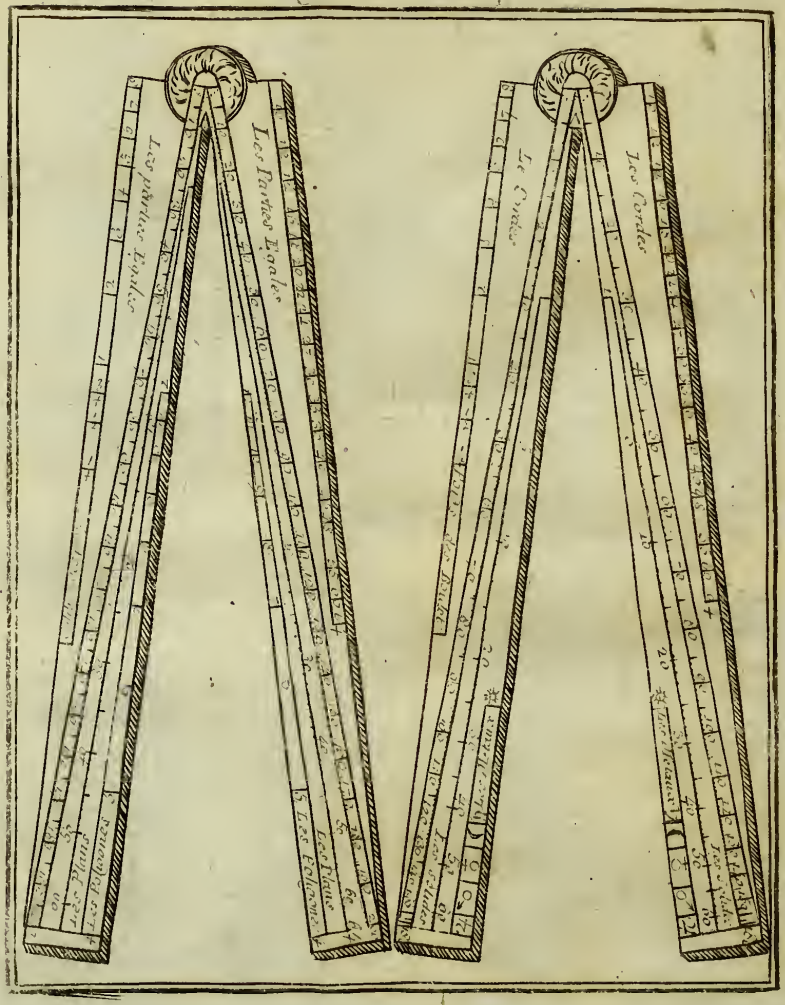
Pl. XII, fig. 38. nelles, & menez la droite DH, qui diviſera le polygone propoſé ABCDE en deux parties AEDH, BCDH, proportionnelles aux deux lignes données AI, IL.

Démonſtration.

Car on connoîtra aiſément que le trapeze AEDH eſt égal au triangle FDH, & que le trapeze BCDH eſt égal au triangle GDH, & comme les triangles FDH, GDH ſont proportionnels aux deux lignes FH, GH ou aux deux données AI, IL, il s'enſuit que les deux trapezes AEDH, BCDH ſont auſſi proportionnels aux deux lignes données AI, IL. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Les Problêmes que nous omettons ici, & qui ne peuvent être d'uſage, ſe réſoudront facilement à l'imitation des précédens. C'eſt pourquoi nous mettrons fin à ce Traité.

Fin du Traité de la Diviſion des Champs.


Les Parties Egales
Les Cordes
Les Cordes

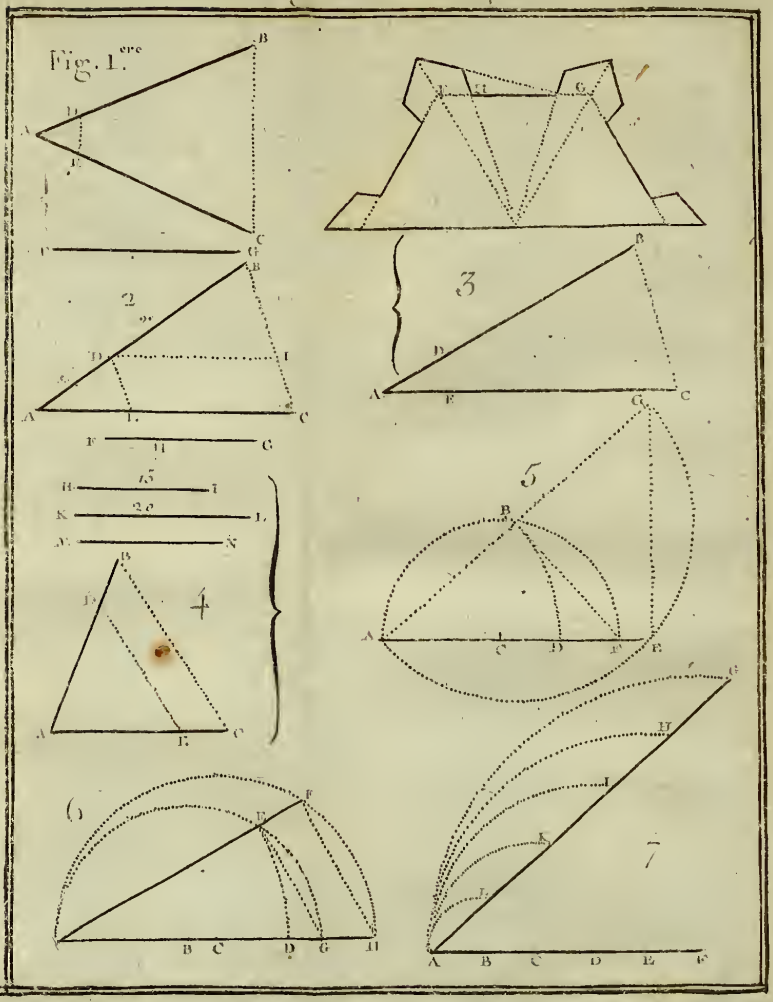
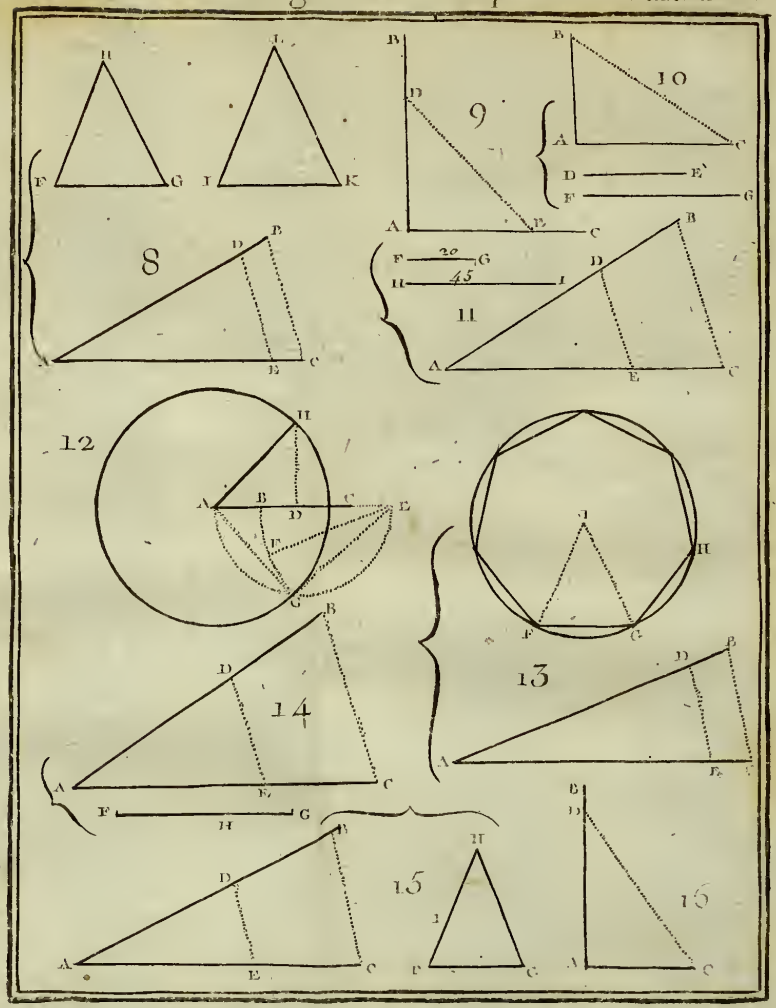
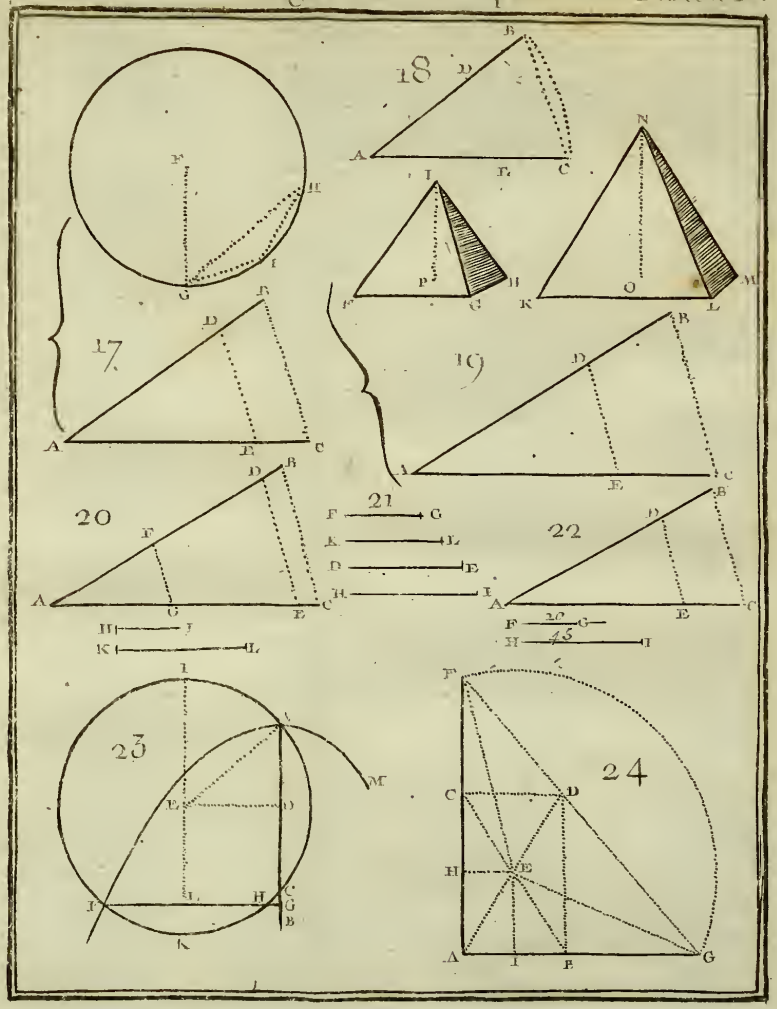
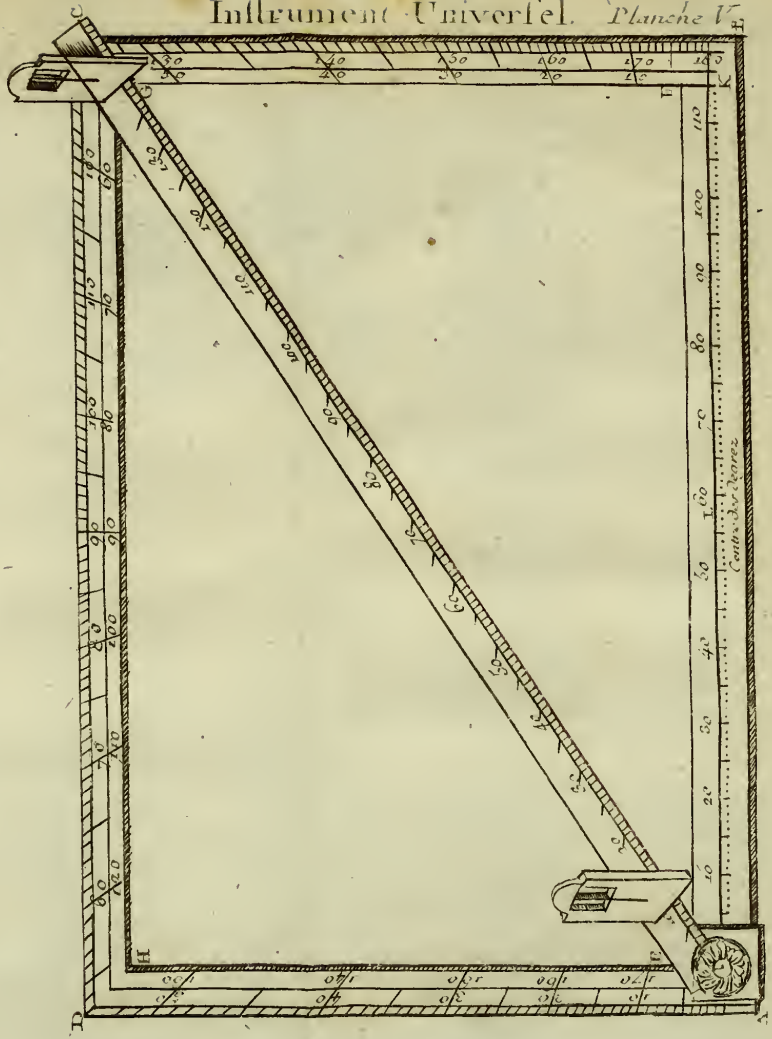


Fig. 1.ere
2
3
4
5
6
7
15
20


8
9
10
11
12
13
14
15
16
20
45


18
17
19
20
21
22
23
24

Instrument Universel. Planche V.



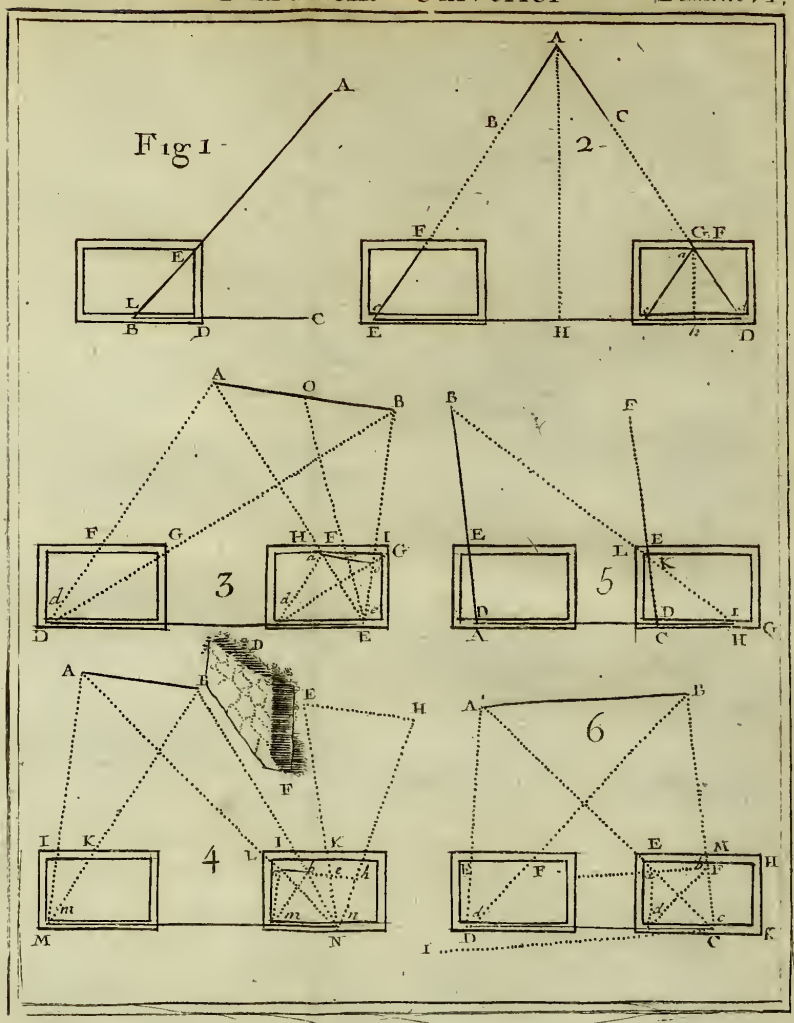
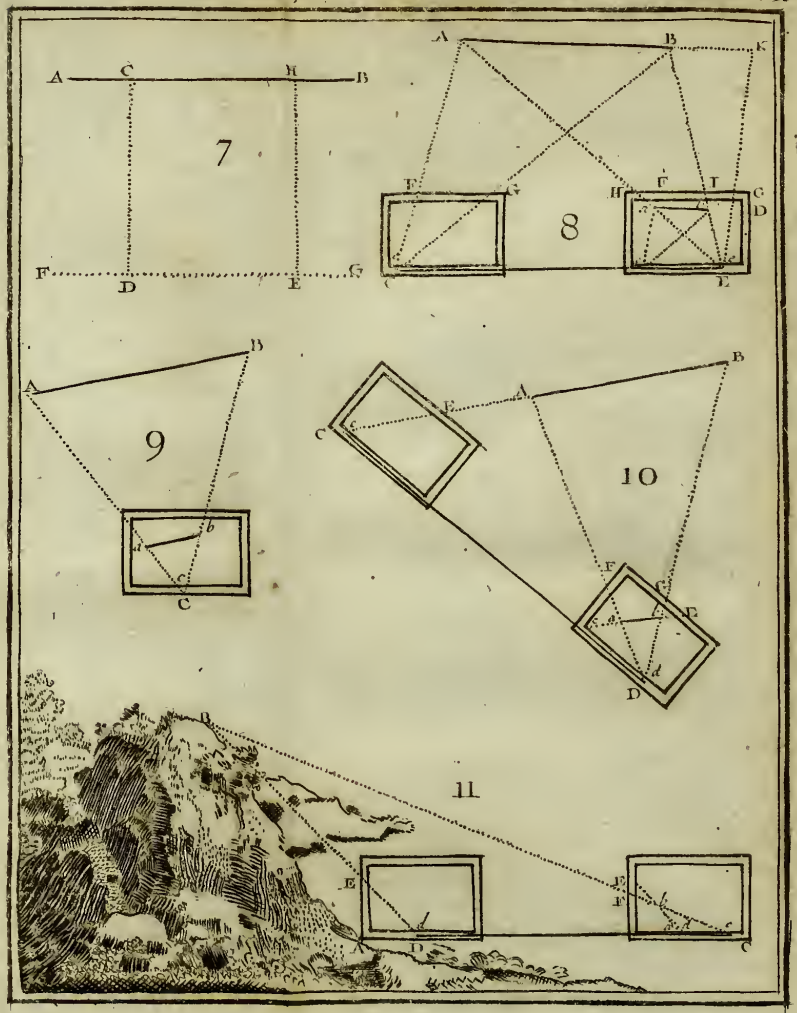
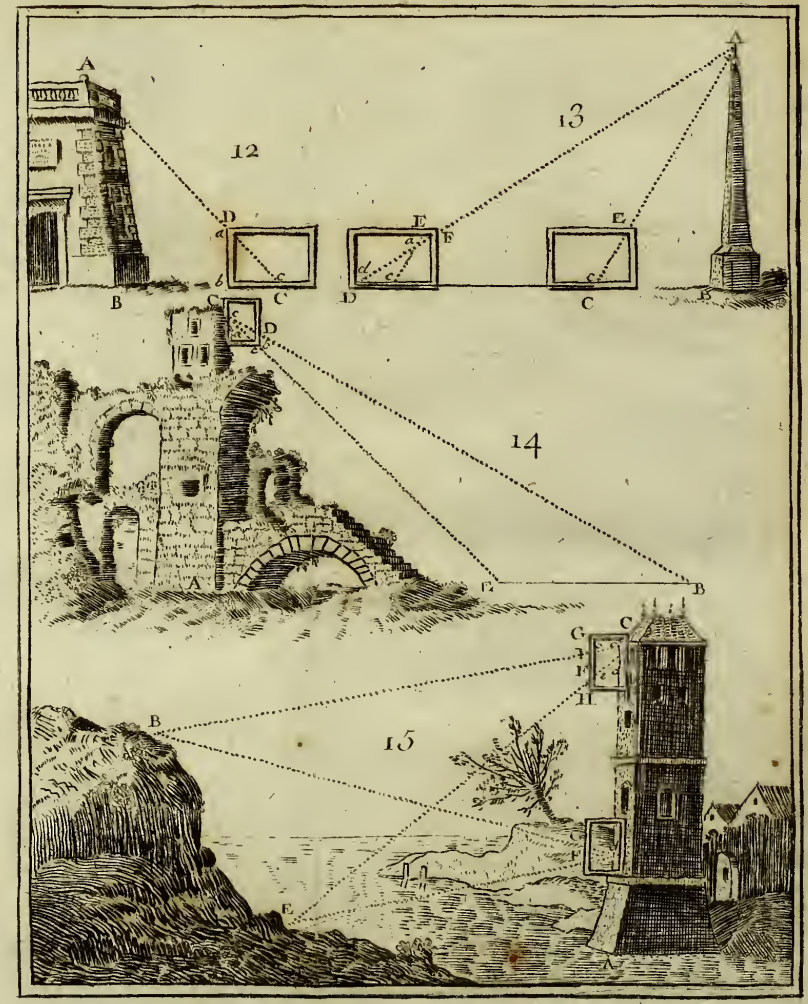
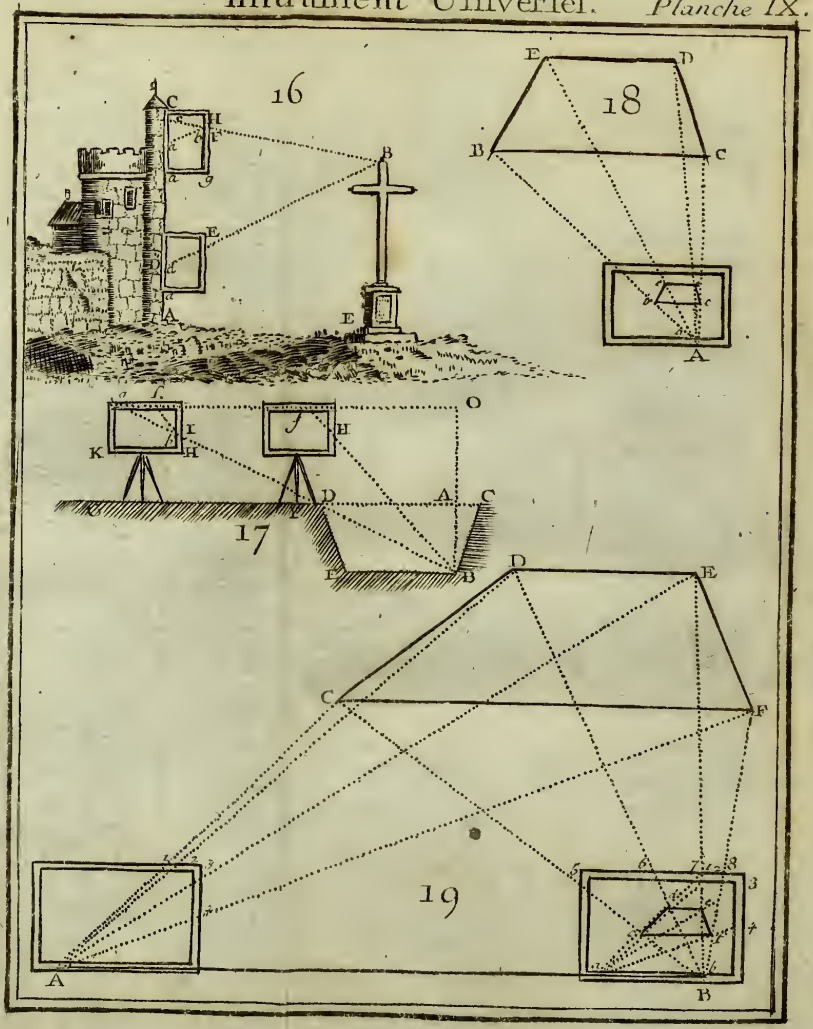


Fig 1
2
3
4
5
6


7
8
9
10
11


12
13
14
15
A
B
C
D
E
F
G
H


16
18
17
19
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
O

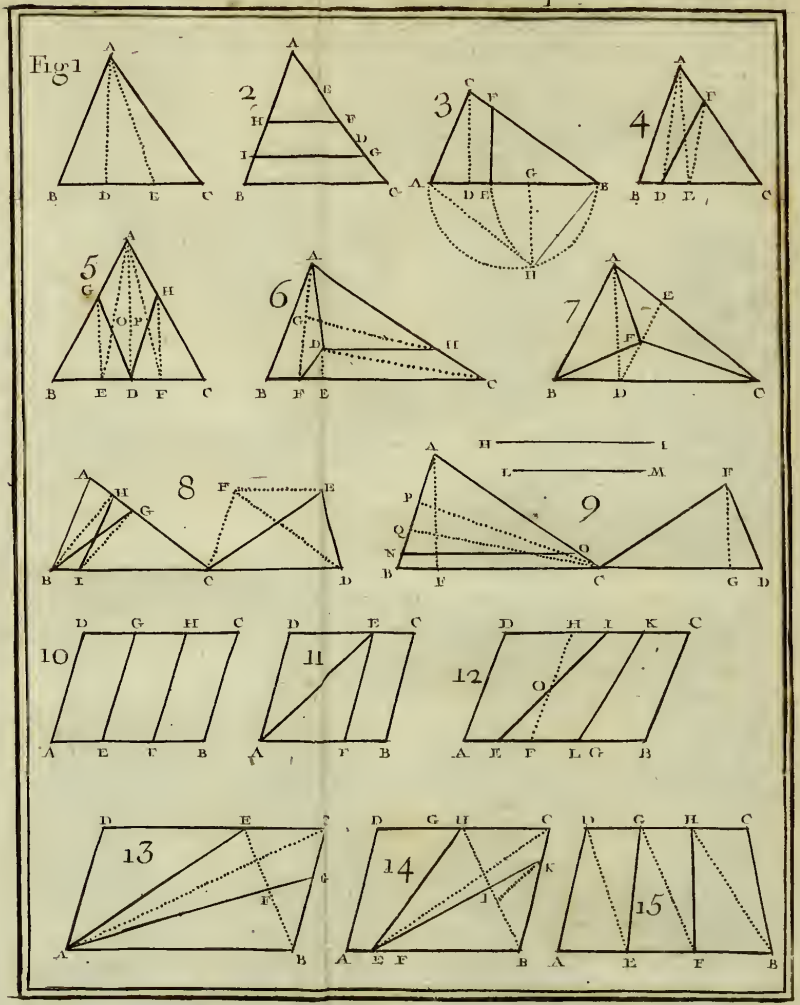
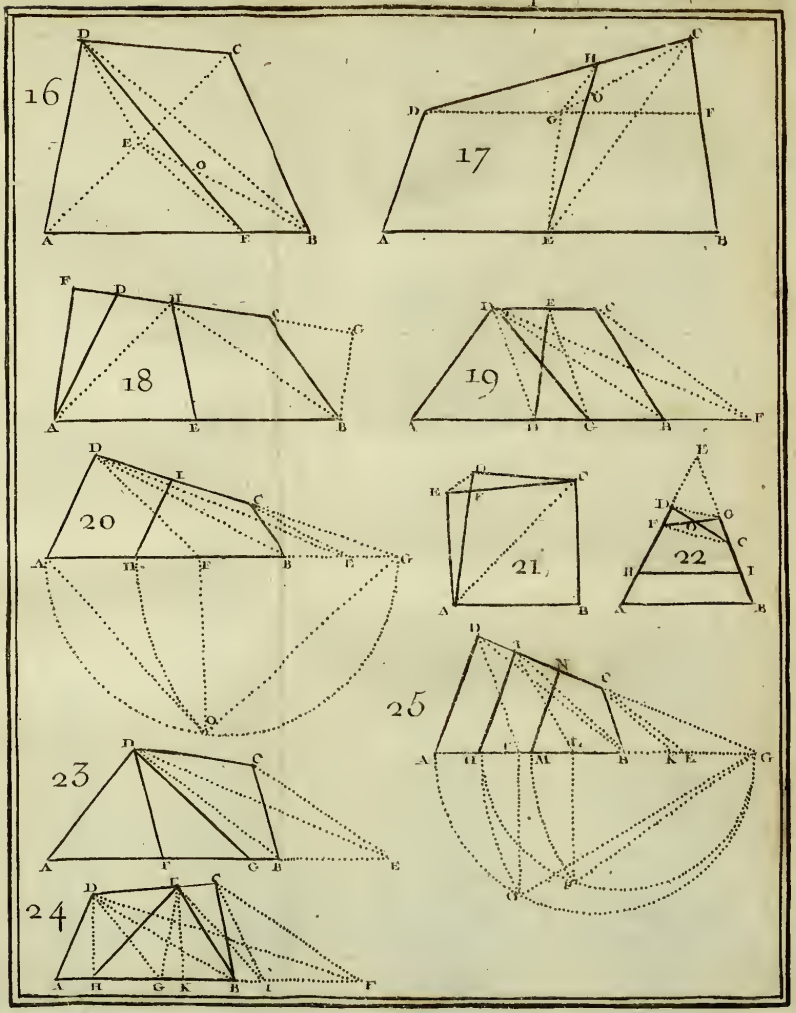
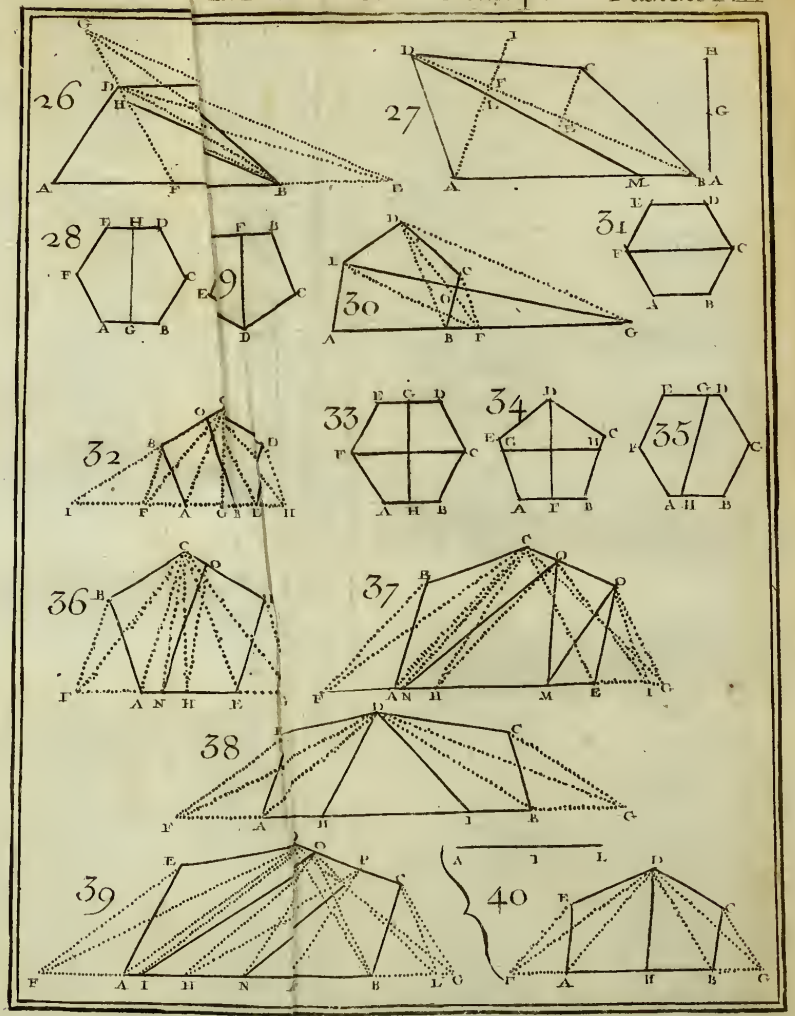


Fig1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15


16
17
18
19
20
21
22
23
24
25


26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40

A
757.